SUR LES STROBILOÏDES
COURBES DE RÉPARTITION DU REVENU
jalons pour une analyse comparative internationale et diachronique des inégalités économiques(*)

Louis Chauvel

RÉSUMÉ *:*

Cette recherche à vocation méthodologique se fonde sur la volonté de mettre à l'épreuve la séculaire courbe de répartition du revenu de Vilfredo Pareto, et son adaptation aux données contemporaines des inégalités de revenus. Le constat empirique est effectivement que, si la courbe de Pareto offre une approche convenable, aujourd'hui encore, des revenus les plus élevés, les revenus bas et moyens sont mal approximés par les instruments disponibles. En partant de l'amélioration considérable apportée au problème par la courbe de Champernowne I, nous parvenons à une méthodologie d'analyse mettant en évidence l'existence de trois coefficients compémentaires d'inégalité, concernant respectivement le milieu, le haut et le bas de la courbe de répartition. Cette méthode empirique a l'intérêt :

- d'offrir une approximation valable des différents niveaux de revenus, et cette courbe, en outre, permet de comprendre la complexité des phénomènes inégalitaires,
- d'offrir un nouveau cadre cohérent d'analyse ***des*** inégalités, car elles sont effectivement multiples,
- d'analyser et de comprendre les résultantes sur le strobiloïde des différents systèmes nationaux de partage du revenu disponible.

(*) Je remercie Jacques Le Cacheux pour l'attentif examen qu'il a bien voulu porter à ce document de travail.

AVIS AUX LECTEURS

Ce document de travail trouve son origine dans une esquisse datant d'avril 1994, dont l'objet était le passage des courbes de Pareto à celles de Champernowne I, et l'évaluation des efforts à consentir pour parvenir à un amoindrissement des inégalités. Il s'est avéré, en menant des recherches plus approfondies, que la courbe de Champernowne I ne convenait qu'imparfaitement et que la courbe générale de Champernowne (unifiant les familles I, II et III), parce qu'elle est trop complexe, n'est guère adaptée à la compréhension des phénomènes.

L'utilisation de la courbe de Champernowne I m'a donné le sentiment qu'elle ne devait être écartée, car elle était en mesure de fournir les fondements d'une nouvelle méthode d'évaluation. Ce document de travail retranscrit cette suite d'interrogations, et les solutions (temporaires?) que j'ai trouvées à certains problèmes.

Je dois préciser en outre que la reprise de ces travaux, après neuf mois d'abandon, provient de la lecture du document de travail du Luxemburg Income Survey (LIS) rédigé par Atkinson et *Alii* (1994b), où des données comparatives de revenus disponibles de différents pays m'ont permis de poursuivre des intuitions relatives à la diversité des inégalités : on peut avoir une classe moyenne homogène mais des exclus, une classe moyenne hétérogène mais peu de riches, etc. La diversité des données de Atkinson et *Alii* m'a permis de faire l'effort de systématicité que nécessitait l'analyse des différents pays, et je suis, pour cette raison, très reconnaissant aux différents auteurs de ce document de travail.

Pareto, sa courbe, son paramètre,... cent ans après

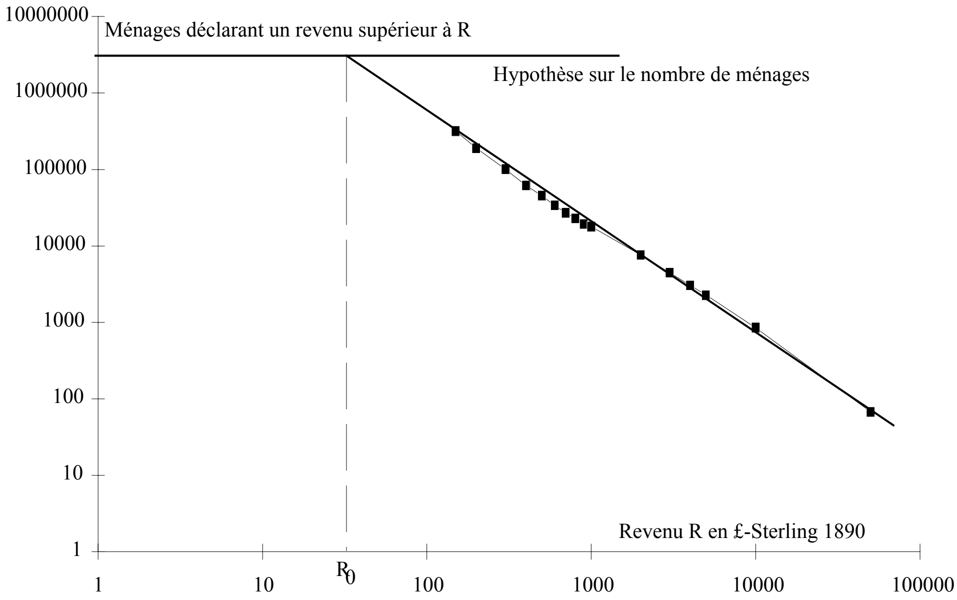
Vilfredo Pareto (1895, 1896, 1896-1897, 1965), en confrontant les données fiscales originaires d'une grande diversité de pays (outre la plupart des pays européens, des données originaires du Pérou du XVII° siècle), parvient à formaliser les disparités de revenu suivant une loi à deux paramètres :

$$N = \frac{A}{R^{\alpha}}$$

(qui s'exprime aussi ln N = ln A - α ln R),

où N représente l'effectif des individus dont le revenu est situé au delà du seuil R. A est un paramètre blanc, fonction de la population du pays considéré et de l'unité monétaire, et $\alpha > 1$ est un paramètre d'égalité : α est en effet fonction croissante de l'égalité de la répartition au sens où plus α est élevé, plus le revenu moyen est éloigné du revenu médian (voir Annexe 1 pour un voyage plus avant au pays des inégalités de Pareto).

Graphique 1. Les revenus fiscaux anglais de 1890, diagramme log-log



Données du fisc anglais, 1890, cité par Pareto

La qualité de l'ajustement parétien sur les données britanniques de 1890 est correcte ; en effet, les points sont bien alignés, et nul n'oserait mettre en doute une telle courbe. Une autre écriture de la fonction de Pareto, plus lisible, consiste à ne considérer que la proportion de la population totale :

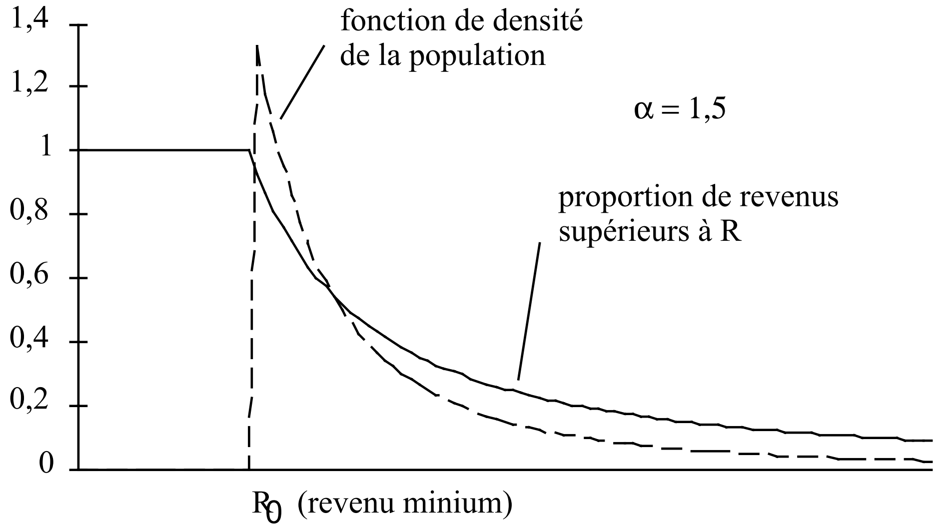
$$p(revenus > R) = \frac{A}{R^{\alpha}}$$

où p(revenus > R) représente la proportion des revenus dépassant le seuil donné R. Le problème de cette écriture est que, *a priori*, cette proportion dépasse 1 pour les bas revenus, ce que Edgeworth avait soulevé pour proposer une formule concurrente, lançant ainsi une vive controverse avec Pareto. Une nouvelle écriture devient alors :

$$p(revenus > R) = \min\left(\frac{A}{R^{\alpha}}, 1\right)$$

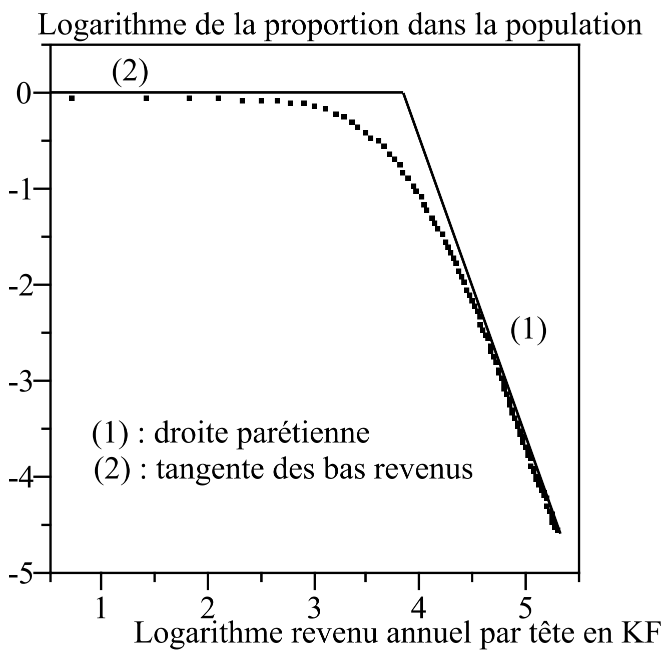
Une telle écriture conduit à une fonction de répartition de la population faisant apparaître un revenu minimum R_0 (voir graphique 1 : il peut être estimé entre £10 et £50 par foyer pour l'Angleterre victorienne). La courbe de répartition (fonction de répartition, à savoir la proportion d'individus gagnant plus que tel seuil de revenu) est donnée par le graphique 2. Nous y ajoutons en outre la fonction de répartition de la population (c'est-à-dire la densité de la loi de probabilité de la distribution des revenus, dont l'intégrale de 0 à +∞ vaut 1, c'est-à-dire la forme que donnerait l'histogramme d'un échantillon de la population classé par tranche de revenu). Nos connaissances contemporaines de la fonction de répartition des revenus laisse planer quelques doutes quant à l'adéquation des courbes de Pareto, mais aussi, pour des raisons historico-logiques, aux répartitions de son temps.

Graphique 2 : fonction et densité de la répartition



L'ajustement parétien se montre d'une qualité redoutable, et d'une efficacité que l'on pourrait croire inégalable, sur les données du XIX° siècle. L'examen plus poussé laisse voir où le bât blesse : les données fiscales de son temps, époque où seuls les riches contribuaient (directement) au train de l'Etat, sont celles d'un régime encore fortement fondé dans des pratiques aristocratiques, ou oligarchiques, de nature censitaire ; les données relatives à l'Angleterre concernent en effet 320 162 revenus (aujourd'hui, nous dirions des ménages), soit un centième de la population du temps... Même en faisant l'hypothèse que les familles de l'époque comptaient plus de membres que les nôtres (huit enfants par famille?), les données fiscales concernaient tout au plus un dixième des foyers de l'époque. Il semble bien que la courbe de répartition de Pareto est fondée sur l'équivalent, pour nous, des données de l'Impôt de solidarité sur la fortune (ISF, 400 000 ménages)... Aussi, l'étrange comportement du début de la courbe parétienne (avec la nécessité d'introduire un revenu minimum rigide et une discontinuité tout-à-fait étonnante, au regard de ce que nous connaissons) nous permet d'émettre une hypothèse : soit les revenus de l'époque étaient compatibles avec cette courbe (un revenu minimum universel de £10 par an offert par quelque main invisible), soit la courbe de Pareto a pour seule vocation de modéliser la ***fin*** de la courbe de répartition des richesses, c'est-à-dire ***les plus hauts revenus***. La seconde hypothèse reste la plus vraisemblable : avec 5 shilling hebdomadaires pour le tisserand britannique du temps de Marx — 1863 —, nous avons £26 par an pour l'ouvrier, lequel ne devait pas être pourtant au plus bas de la pyramide sociale de son temps... Le revenu minimum de Pareto semble poser de redoutables problèmes.

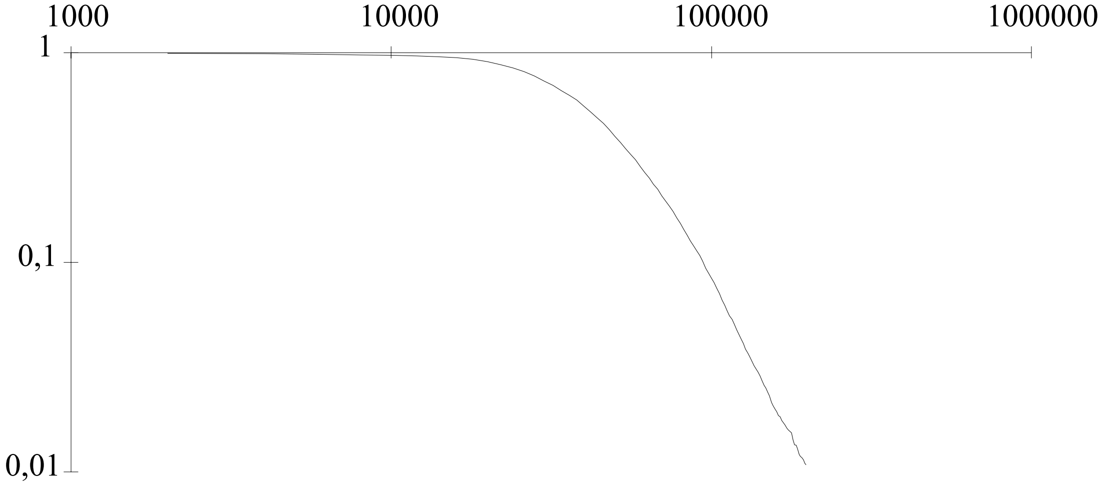
Graphique 3. Les revenus annuels 1989 selon l'enquête Budget des familles, en France, échelle log-log



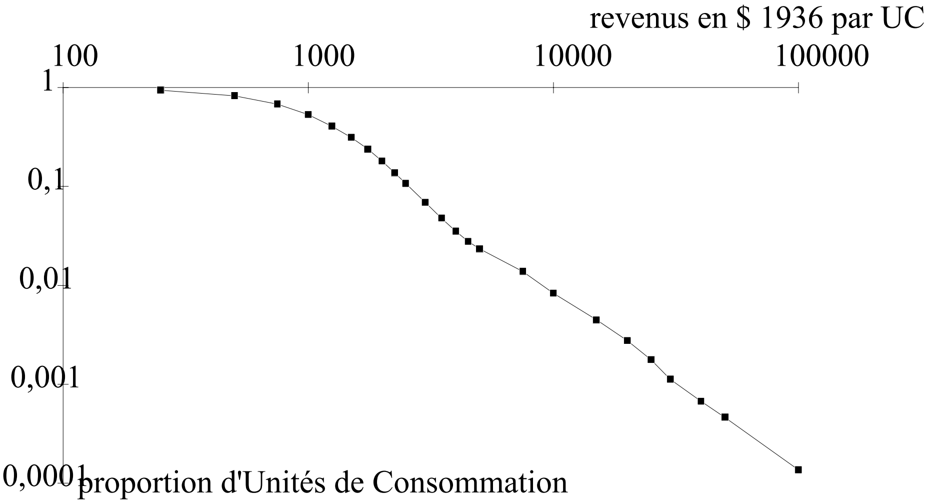
Pareto aujourd'hui : la nécessité de Champernowne I

Pareto, s'il vivait en notre temps, aurait quelque mal à faire valoir sa courbe comme référence positive de la répartition des richesses — ou des revenus — ; simplement, il ne serait pas crû, et devrait modérer ses propos relatifs à la nature régnante de sa courbe. L'enquête Budget des familles, les déciles annuels des salaires à plein temps, les enquêtes fiscales, et toutes les courbes d'évaluation des richesses lui montreraient que, si la fin de la courbe s'ajuste correctement aux données existantes, les bas revenus ne sont pas parétiens.

Graphique 3 bis. Les revenus annuels 1989 selon l'enquête Budget des familles par UC-échelle d'Oxford, échelle log-log



Graphique 4. Les revenus annuels américains 1935-36, échelle log-log



(American Economic Association, 1950)

Il apparaît à l'évidence que, contrairement à ce que pouvaient suggérer les données fiscales du temps de Pareto, tous les revenus ne sont pas parétiens : les plus bas échappent à la courbe de Pareto. Seuls les hauts revenus sont correctement approximés. Notons que sur le graphique log-log français de 1989, les revenus situés au delà du neuvième décile, quant à eux, sont bien approximés par Pareto. Ce constat, en fait, et même s'il n'était pas alors répertorié comme un argument anti-parétien, apparaît à l'évidence sur des données américaines de revenus en 1935-36 (même si les hauts revenus américains semblent «gigoter» un peu trop).

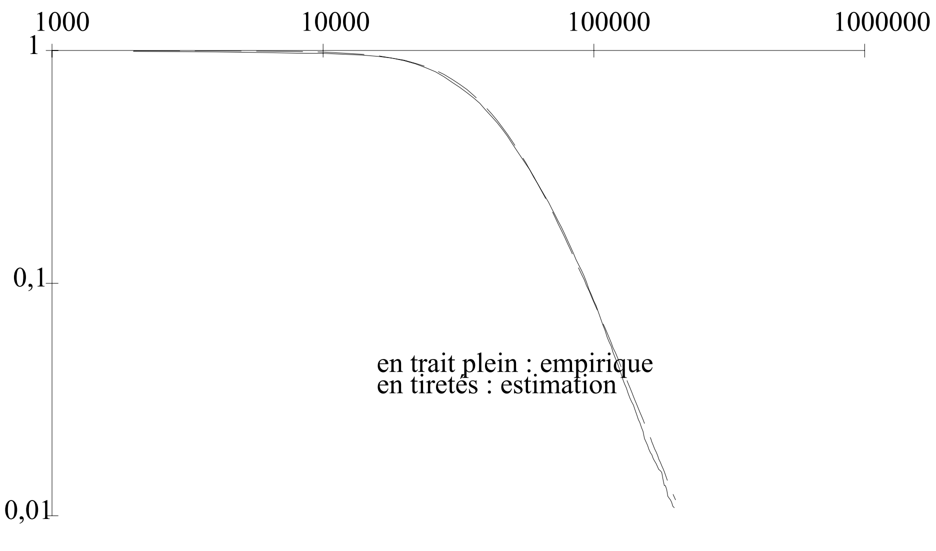
Nous pouvons donc nous montrer soucieux : nous disposions d'une superbe courbe de répartition des revenus qui, en deux paramètres dont le seul utile, α, donnait une mesure des inégalités, et nous voilà dépossédés d'une forme universelle de la répartition.

Le tout est de tenter de reconstruire l'édifice parétien de la courbe, une fois reconnu le fait que la courbe de répartition des richesses de Pareto ne convient guère ***que*** pour les revenus élevés, maintenant que les administrations fiscales et statistiques s'intéressent à ***tous*** les revenus.

Cette toupie est *empiriquement* rétablie avec la fonction de deux paramètres α et β suivante :

$$p(revenus > R) = \frac{1}{\beta R^{\alpha} + 1}$$

Graphique 5. Estimation de la répartition des revenus Budget des familles 1989, échelle log-log

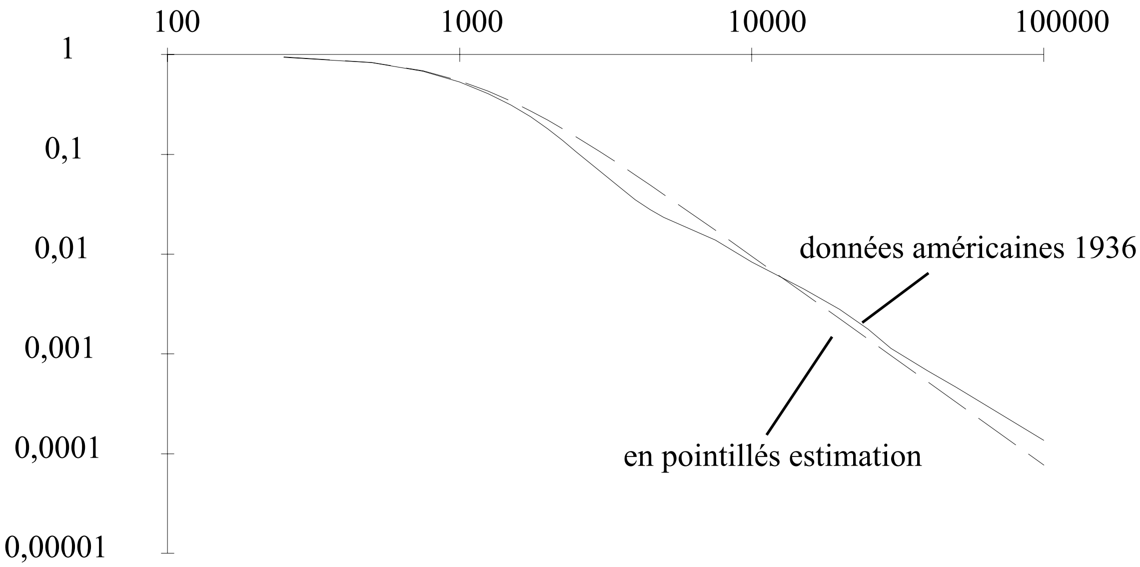


Cette formule correspond à la première famille des courbes de Champernowne[1], dont l'intérêt est de s'ajuster correctement aux données existantes (à certains

[1]Je suis reconnaissant à Michel Forsé de m'avoir fait connaître l'antériorité de D.G. Champernowne qui, en 1937, a présenté dans ***Econometrica*** une première version de cette courbe (la formule présentée ci-dessus, qui appartient à la première famille des courbes de Champernowne, sera notée, dorénavant, ***Champernowne I***). Ce

détails près). Pour le reste, le coefficient α estimé par cette formule n'est guère différent de celui de la courbe originelle de Pareto (la raison en étant que lorsque le revenu tend vers l'infini, les courbes de Pareto et Champernowne I sont identiques). Nous supposerons dans la suite de cette partie que la courbe de Champernowne I est la ***vraie*** courbe universelle.

Graphique 6. Estimation de la répartition des revenus annuels américains 1935-36, échelle log-log



L'application de la formule donne, pour le revenu par tête de l'enquête Budget des familles, α = 2,81, et pour les revenus américains par unité de consommation de 1936, $\alpha = 2{,}1$.

L'annexe 2 présente l'ensemble des particularités mathématiques de cette fonction. Nous pouvons noter deux propriétés :

- la fonction vaut 1 pour R = 0, ce qui élimine le problème du revenu minimum théorique et la rupture de pente de la fonction parétienne ;

---

document de travail eût été assez insipide si je n'avais retravaillé cette question. Rappelons que la formule générale de Champernowne (1952) donnant la densité de répartition de la population est :

$$f(R) = \frac{n}{R\left[\frac{1}{2}(R/R_0)^{\alpha} + \lambda + \frac{1}{2}(R/R_0)^{-\alpha}\right]}$$

où R_0 est le revenu médian, et λ un paramètre à estimer. La première famille correspond au cas : $\lambda = 0$, où :

$$p(\text{revenu} > R) = \frac{1}{1 + (R/R_0)^{\alpha}}$$

- la fonction tend vers 0 à l'infini, et se comporte comme une fonction de Pareto, conservant ainsi la propriété avérée des alignements des hauts revenus sur le graphique log-log, tout comme la fonction de Pareto ;

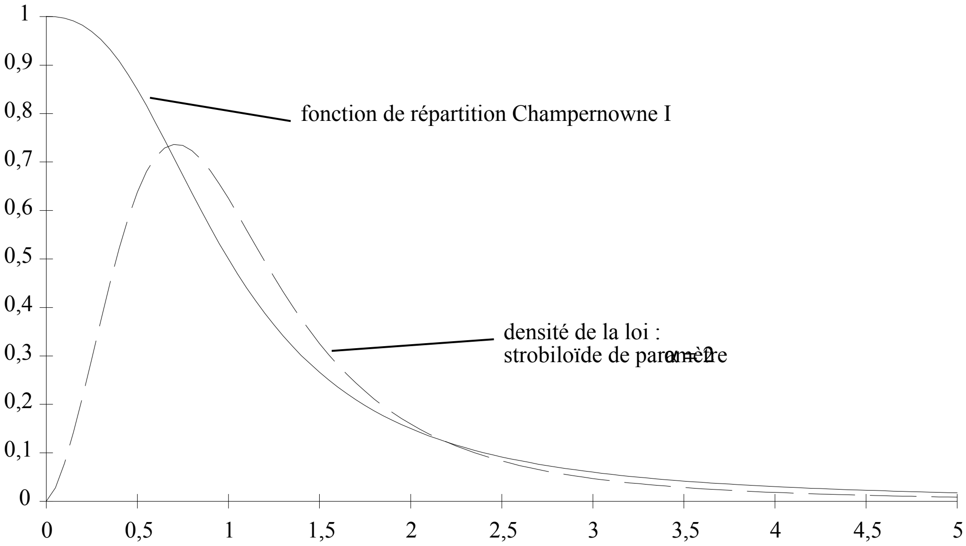
Autre problème que le temps des monnaies-or tendait à ignorer, mais que celui des variations des taux de change et de l'inflation ne cesse de rappeler : de bonnes comparaisons diachroniques et synchroniques nécessitent l'utilisation d'une mesure invariable (ainsi que le suggère la formule de Champernowne) : l'utilisation du *revenu médianisé* (ie : d'une échelle de revenu dont l'unité est le revenu médian) permet de simplifier encore la loi de répartition du revenu et de ne plus considérer, dans ce cas, qu'un paramètre :

$$\boxed{p(revenus > R) = \frac{1}{R^{\alpha}+1}},$$

(en effet, par construction, le revenu médian *médianisé* vaut 1, et la proportion, donnée par cette formule, des revenus supérieurs au revenu médian correspond bien à la moitié de la population totale). Cette fonction de répartition se dérive, ce qui permet d'obtenir la densité de la répartition (ie : la forme générale qu'affecteront les histogrammes par tranche des revenus). La formule est :

$$\sigma(R) = \frac{\alpha R^{\alpha-1}}{(R^{\alpha}+1)^2},$$

Graphique 7. Particularités de la courbe



L'intégrale de 0 à +∞ de cette fonction est 1, d'où sa qualité de densité de répartition, et la courbe qui la représente est appelée *strobiloïde*[2], en souvenir de ce jouet des anciens Athéniens consistant en une pièce de bois ventrue qui, lancée d'un mouvement giratoire d'une vitesse angulaire suffisante, tient par elle-même sur sa pointe. Plus doctement, elle prend ce nom en l'honneur de Henri

[2](Chauvel, 1994a) fut l'occasion d'une première exposition de ces résultats.

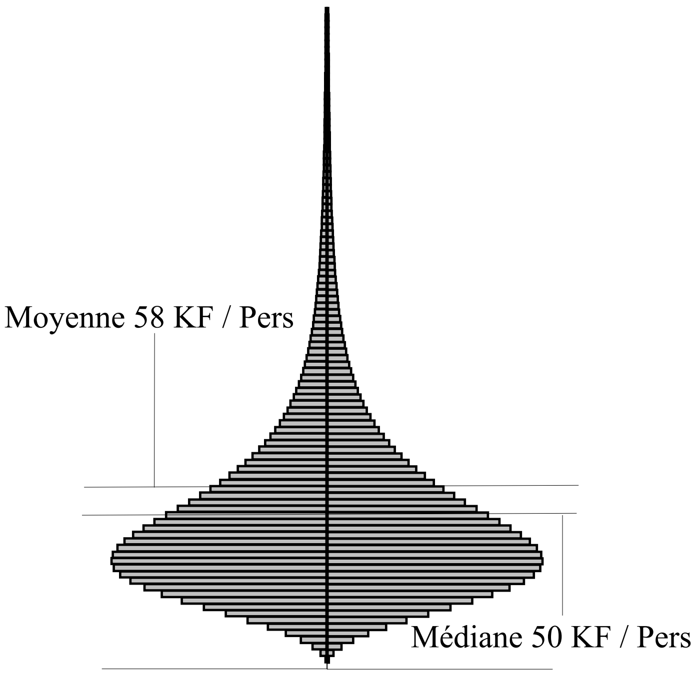
Mendras, et de la toupie (στροβιλο###) de sa *Seconde révolution française* (Mendras, 1994), qui mettait en évidence le fait que la société ne se scinde pas en deux, et que l'architecture sociale échappe largement à une logique univoque de domination[3].

Notons aussi que la fonction de répartition affecte une forme toute particulière : elle ressemble à peu de chose près à une fonction de diffusion logistique inversée dont la particularité est de varier de 0 à l'infini (la fonction logistique variant de moins l'infini à plus l'infini) et présente une allure écrasée près de zéro (alors que ladite logistique est symétrique).
La raison en est simple ; la formule de la fonction logistique est :

$$f(x) = \frac{1}{e^{\alpha x} + 1}$$

Le remplacement du x de la formule par ln (R) est Champernowne I.

Graphique 8. Le strobiloïde français 1989 α = 2,81



Le paramètre α est un paramètre d'égalité. En effet, plus les inégalités de revenus sont fortes, plus le revenu médian (ici égal à 1 par convention-construction) est distinct du (et inférieur au) revenu moyen ; c'est une propriété des distributions dissymétriques type Angleterre 1890 : beaucoup de pauvres

[3]Notons par ailleurs que le terme de toupie fut déjà utilisée par Pareto, dans son cours : "On parle souvent de la **pyramide sociale**, dont les pauvres forment la base et les riches le sommet. A vrai dire, ce n'est pas d'une pyramide qu'il s'agit, mais bien, plutôt, d'un corps ayant la forme de la pointe d'une flèche ou, si on préfère, de la pointe d'une toupie." (Pareto, 1896-1897, §961).

dans la misère et une importante classe de riches faisant les trois-quarts du revenu national...

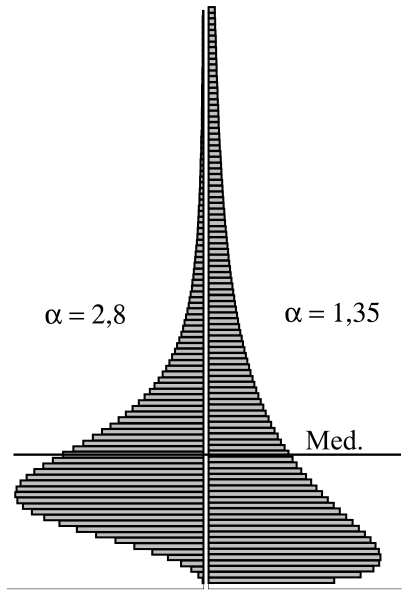
Posons $\gamma = 1/\alpha$, $0 < \gamma < 1$. Plus γ est proche de 0, plus la courbe est dissymétrique. Plus γ est grand et proche de 1, plus les revenus sont resserrés autour de la moyenne-médiane (qui, à la limite, deviennent identiques). En effet (annexe 2), nous avons :

$$\overline{R} = \frac{\gamma\pi}{\sin(\gamma\pi)},$$

D'où le fait que $\gamma = 1/\alpha$ est un ***indice d'inégalité de la distribution des revenus***. Nous avons vu que, pour les revenus élevés, la nouvelle courbe possède la même allure, et le même paramétrage, que la courbe de Pareto. Les estimations du α (et donc du γ) que nous obtenons pour les données du XIX° siècle présentées par Pareto avec Champernowne I sont alors sinon identiques, en tous cas assez semblables. Et nous découvrons un fait intéressant : Pareto, qui compare à des dates différentes les données fiscales, tire de l'évolution le fait que les inégalités *baissaient* en cette fin de XIX° siècle, en argumentant que sa flèche s'aplatit (des pauvres deviennent riches?).

«Est-ce à dire que la répartition des revenus ne change pas ? Non ; l'expérience nous apprend que la flèche tend à devenir moins aiguë, en d'autres termes, que la répartition des revenus tend à devenir moins inégale.» (Pareto, 1896 et 1965 p.17)

Graphique 9. Les strobiloïdes français 1989 (côté gauche) et anglais 1890 (droit)



Mais Pareto avait incorrectement interprété son α, et n'avait pas calculé les différences entre revenu moyen et revenu médian. L'aplatissement de la courbe de répartition n'est en fait qu'un *épaississement* de la queue de distribution vers les hauts revenus, lesquels, par force, s'éloignent de la médiane, laissant les pauvres dans une pauvreté relative ou absolue encore plus noire. C'était là une vraie société duale : revenus incroyables pour les uns, misérables pour les autres. Pareto, croyant que l'égalisation des revenus était la tendance à l'œuvre, ne voyait pas que les revenus de son temps de capitalisme libéral achevé étaient en phase de ***croissance*** des inégalités : α valait 1,50 en 1843, et 1,35 en 1890... La Saxe et la Prusse suivaient le même chemin... L'industrialisation n'était pas le chemin vers l'égalité, et allait mener à l'impasse de notre début de siècle, avant de trouver une nouvelle phase d'égalitarisme croissant, phase peut-être achevée, maintenant.

La comparaison des courbes est impressionnante. A gauche : une forte classe moyenne entourée d'une petite jet-set corpusculaire (en haut) et de pauvres en nombre réduit ; à droite, une forte haute-bourgeoisie, pas de classe moyenne, et des très-bas revenus en foultitude...

En effet, la donnée de γ permet simplement de calculer le nombre de «pauvres» (définis suivant cette convention opératoire qui vaut ce qu'elle vaut : moins de 50% du revenu médian, définition qui signifie qu'en dessous de ce seuil, on est pauvre, et un centime de plus, on est non-pauvre...).

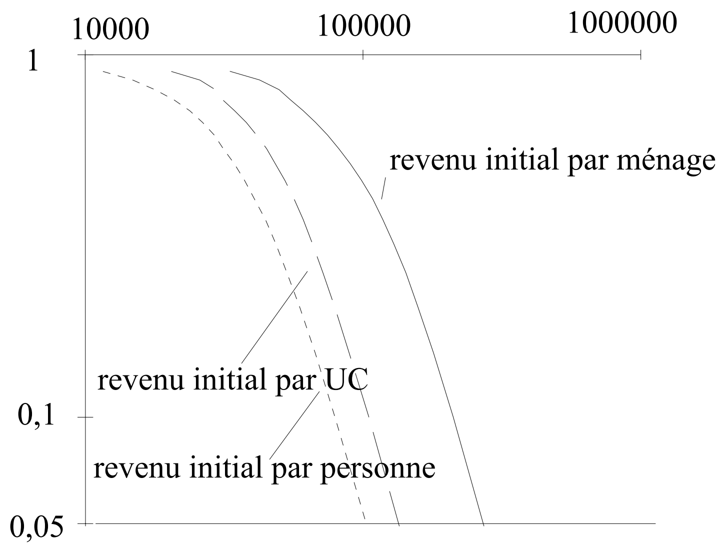
$$\text{proportion de «pauvres»} = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{\gamma}}}$$

Les données parétiennes de 1890 donnent 28,2% ; la France de 1989 donne : 12,5%. L'évolution intervenue en un siècle est importante, mais il apparaît que la part des classes moyennes évolue plus vite que la proportion de pauvres, ou, de façon plus pertinente, la forme générale de la courbe, même si elle «contient» ce que sera la proportion de pauvres, dit bien autre chose sur la forme globale de la société. Dans un cas, l'on est soit très riche, soit très pauvre, et les rares individus moyens sont les otages des deux classes ; dans l'autre (la France contemporaine), les classes moyennes arbitrent tout le jeu social. C'est la différence entre le monde de Marx et le monde de post-Marx. La croissance de l'Etat, vivant en partie de prélèvements directs par voie d'impôts progressifs, ne peut que contribuer à une pression sur la queue de distribution supérieure du strobiloïde.

Quelques développements sur la France et ailleurs

Les données fiscales (Canceill, 1989) sont pour nous des documents particulièrement rares, non pas par l'immensité de la richesse des informations contenues, et moins encore par leur fraîcheur, mais parce que l'on dispose de bien peu de sources de données sérieuses sur la question des inégalités. Ces données permettent de mettre en évidence les rapports inégalitaires à l'œuvre. Ce document produit en particulier des données sur les vingtiles de la répartition du revenu initial des ménages déclarés au fisc, rapporté aux ménages, aux personnes, aux unités de consommation (le premier adulte coûte 1, le(s) suivant(s) 0,7, et les mineurs 0,5, ce qu'en France, on appelle une échelle d'Oxford). Les résultats en log-log sont les suivants. Même forme parétienne pour les revenus élevés, non-parétienne pour les autres. Evidemment, en monnaie courante, le ménage est «plus riche» que l'unité de consommation, elle même «plus riche» que la personne (une division par un dénominateur plus ou moins important en est la cause).

Graphique 10. Les revenus initiaux en France, en log-log

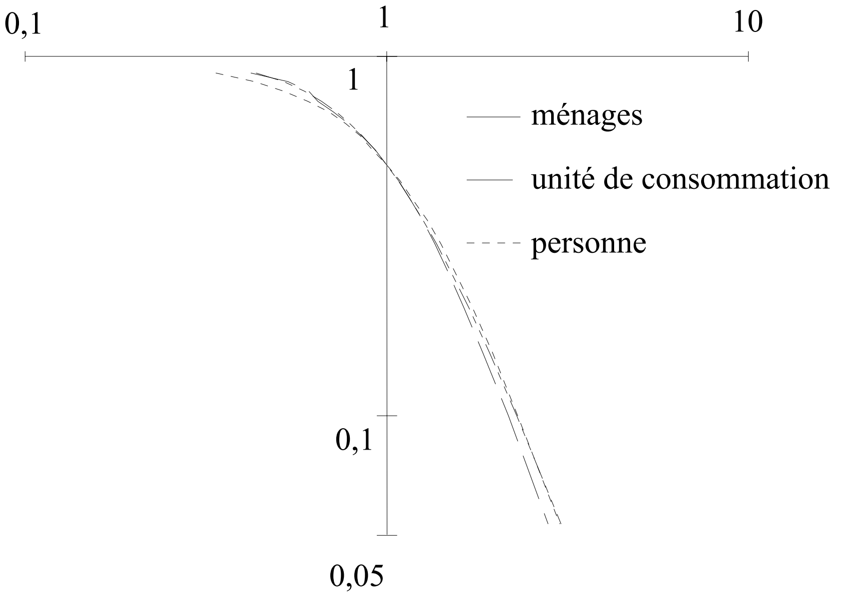


les revenus fiscaux des ménages en 1984, INSEE

En revenu médianisé, qui rapporte les revenus à une mesure homogène, les courbes s'entrecroisent sur le graphique log-log. Il s'avère, à l'analyse, que le revenu par personne est le plus inégalitaire de tous (α vaut environ 2,7), puisque la courbe log-log est la plus plate. En effet, si la courbe est très pentue, cela signifie que les revenus sont concentrés autour de la médiane, et donc que tout le monde gagne à peu près la même chose ; si la courbe est plate : beaucoup de pauvres, beaucoup de riches, et peu de revenus proches de la médiane. Cette situation est liée, vraisemblablement, à ce que les ménages populaires ont plus d'enfants que les autres : petits revenus, beaucoup de personnes. A l'inverse, les ménages d'une unité, les célibataires et les veuves, y semblent riches de leur solitude et de leur stérilité : pas d'enfant, pas de partage. Le calcul par ménage donne aussi une courbe assez plate : les ménages à deux actifs cumulent deux revenus, et semblent donc plus riches qu'ils ne le sont.

L'unité de consommation semble avoir été créée pour limiter les effets inégalitaires estimés (α vaut alors 2,85) : le problème de comparaison soulevé par les familles nombreuses, la multiplicité des revenus, le célibat et le veuvage, l'un dans l'autre, sont limités.

Graphique 11. Les revenus initiaux *médianisés* en France, en log-log



Autrement dit, notre estimation des inégalités sur Budget des familles 1989 donne des évaluations tout-à-fait conformes à ce que nous trouvons pour les données fiscales françaises de 1984.

D'autres sources montrent le déficit d'honnêteté de certaines statistiques sur les inégalités, telles les statistiques issues des Déclarations annuelles de données sociales (DADS), que l'INSEE publie avec une fréquence assez importante (ex : Girard JP et Lhéritier JL, 1992) : ces écarts interdéciles (le revenu de la frontière supérieure du neuvième décile comparé au premier) ont la prétention de situer l'évolution des inégalités. Or, ces calculs, fondés sur les données relatives aux salariés à plein temps, ne disent rien sur la croissance des inégalités, considérés globalement (sauf dans le cas où toute la population travaillerait à plein temps tout au long de l'année ; bien sûr ce n'est pas la cas). Ces indicateurs ne disent donc rien de la population «dans son ensemble» mais parlent uniquement des «salariés à plein temps» en particulier. Si tel était le cas, si toute la population était employée à plein temps toute l'année, nous serions déjà dans une société sans pauvre, ou peu s'en faut. D'une façon générale, le fait-même d'évaluer les inégalités et leur devenir à l'aune du salariat peut laisser dubitatif quant à la véracité des résultats ; en toute rigueur, la publication annuelle de centiles de revenus disponibles peut répondre correctement à la question de la pauvreté et de son évolution. Au reste, une partie des revenus étant issue de prestations sociales en espèces, seules des enquêtes d'une grande ampleur, permettant l'établissement d'une comptabilité socio-fiscale approfondie, permettrait de voir de façon à peu près claire les questions semble-t-il les plus secrètes : celle du revenu des individus et ainsi, par force, celle des inégalités et celle de la pauvreté qui lui est coalescente.

Un calcul simple nous permet (si toutefois Champernowne I est *la vraie courbe universelle*) d'évaluer α à partir de rapports de revenus interdécilaires ou interfractilaires.

En effet, si nous disposons de n-iles (fractiles de fraction n) et des valeurs du revenu des p-ième et p'-ième n-iles, α est évalué par :

$$\alpha = \frac{\log\left(\frac{p}{p'}\,\frac{n-p'}{n-p}\right)}{\log\left(\frac{R_{n,p}}{R_{n,p'}}\right)}$$

où $R_{n,p}$ est le revenu afférent au p-ième n-ile (si n = 10 et p = 9, $R_{n,p}$ est le revenu en deçà duquel 90% de la population se situent).

Les données françaises des salaires à plein temps donnent :

Tableau 1. Le rapport du 9° revenu décilaire par le 1° et estimation du α

	1976	1978	1980	1982	1984	1985	1986	1987	1988
$R_{9,10}/R_{1,10}$	3,38	3,30	3,26	3,20	3,09	3,12	3,16	3,20	3,22
α	3,61	3,68	3,72	3,78	3,90	3,86	3,82	3,78	3,76

Les salaires en 1990, INSEE, série Emploi-revenu

Il apparaîtrait donc que 1984 a représenté en France l'année du maximum d'égalité des salaires (à plein temps des gens employés tout au long de l'année). L'élément essentiel est pourtant que le coefficient α est considérablement moindre pour les salaires (environ 3,8) que pour les revenus de données d'origine fiscale (soit environ 2,8). Et pour cause, le salariat est une sous-strate homogène de la population française totale ; ce n'est pas dans ce tableau que l'on rencontre les pauvres : ces derniers en sont sortis depuis belle lurette ! Il en est de même pour les riches — encore que ceux-là se trouvent aussi dans ce tableau, mais que leurs ressources supplémentaires n'y sont pas comptabilisés...

Le tableau permet d'obtenir deux évaluations différentes de α ; ces dernières sont plus ou moins proches l'une de l'autre ; des divergences dans l'évaluation apparaissent pour le Canada (0,6 de différence entre deux évaluations) et les Pays-Bas (0,9 (!) de différence en 1983, ramené à 0,4 en 1989). Ces différences montrent bien qu'une comparaison sérieuse nécessite de fournir des détails bien plus fins : tous les centiles de l'ensemble de la population sont nécessaires à une véritable comparaison ; les structures de la courbe de répartition des revenus sont-elles différentes au Canada et aux Pays-Bas ? L'intérêt de Champernowne I est de fournir des instruments permettant d'ausculter les données avant que d'autopsier les inégalités. En particulier, Gottschalk et Joyce nous montrent, pour le cas de la France, que leurs données sont profondément différentes de ce que nous disent les DADS : augmentation des inégalités dans un cas, diminution dans l'autre... La création de temps partiels obligés, de TUCs et de SIVPs y sont vraisemblablement pour quelque chose.

Tableau 2 Comparaisons de revenus décilaires et estimation du α

		$R_{1.10}/R_{5.10}$	α	$R_{2.10}/R_{5.10}$	α
Australie (1)	1981	62,1	4,6	75,1	4,8
	1985	60,5	4,4	74,8	4,8
Pays-Bas (1)	1983	72,1	6,7	79,0	5,9
	1987	70,4	6,3	79,2	5,9
Suède (1)	1981	73,3	7,1	82,9	7,4
	1987	72,3	6,8	82,2	7,1
Royaume-Uni (1)	1979	65,6	5,2	76,6	5,2
	1986	59,4	4,2	71,4	4,1
Etats-Unis (1)	1979	44,6	2,7	60,8	2,8
	1986	43,6	2,6	60,0	2,7
Canada (2)	1981	42,1	2,5	64,1	3,1
	1987	35,3	2,1	60,0	2,7
France (2)	1979	61,6	4,5	73,6	4,5
	1984	56,7	3,9	69,8	3,9
Etats-Unis (2)	1979	40,9	2,5	58,9	2,6
	1986	35,4	2,1	54,2	2,3

Cité dans Atkinson et *Alii.* , 1994a, selon des données de Gottschalk et Joyce. (1) Salariés plein-temps (2) tous salariés.

Pour ce qui reste, Champernowne I, même si elle n'est pas *la* courbe universelle, possède en tous cas le statut de gabarit variable (selon α) permettant de regarder, point par point, si les pays respectifs se différencient les uns des autres par d'éventuels tassements de la courbe vers les bas revenus, par des étirements vers le haut... pour l'instant, nous n'en savons pas grand chose. *Les données doivent être mises à plat.*

(FIN VERSION AVRIL 1994)

Champernowne universel?

La publication par Atkinson et *Alii* (1994b) de données internationales sur les répartitions du revenu constituent un début de mise à plat des réalités. Elles nous permettent de nourrir une intuition importante : le haut et le bas du strobiloïde ont une forme partiellement indépendante de son milieu. C'est ce que nous développons ici.

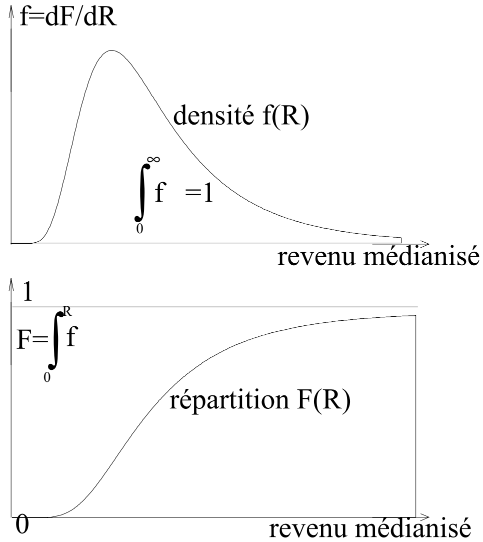
La qualité de l'ajustement de la courbe de Champernowne I ne doit pas nous leurrer : non plus que celle de Pareto, cette courbe n'est pas ***la*** courbe universelle : chaque pays et chaque temps ont quelque spécificité que nous ne pouvons ignorer. Pour nous en convaincre, nous devons développer quelques arguments méthodologiques.

Comprendre la forme de la courbe de répartition du revenu, c'est trouver la densité f (nous l'appellerons parfois σ, puisque c'est l'équation du strobiloïde) de la répartition de la population dans une échelle de revenu donnée (et pour ce faire, nous considérerons toujours, dorénavant, le *revenu médianisé*). Cette recherche est équivalente à celle de la fonction de répartition F de cette loi, où F est définie par *:* F(R) = proportion d'individu gagnant moins que R.

$$F(R) = \int_0^R f \; dx$$

Rechercher la fonction F plutôt que la densité f est imposé par les possibilités empiriques : estimer une densité plutôt qu'une fonction de répartition est évidemment plus ardu, puisqu'il s'agit de décomposer aussi finement que possible l'axe des revenus (construire des histogrammes) et l'on est bientôt confronté à des problèmes d'incertitude statistique considérables (certains intervalles comportant un grand nombre d'individus, d'autres aucun). F est donc est donc un intermédiaire utile dans la recherche de l'expression analytique de f = dF/dR.

Graphique 12. Fonction de densité et de répartition



De par sa nature l'interprétation de p=F(R) est simple : c'est la proportion d'individus situés en deçà du revenu R. L'interprétation de f est moins intuitive, sur les graphiques susceptibles d'être élaborés, puisque son échelle est sans dimension. L'interprétation d'un niveau donné de f est la suivante : dans la tranche de revenu R et R + dR, nous trouvons une proportion f dR de la population. Si la répartition est uniforme entre 50% et 150% du revenu médian (personne en-deçà, personne au-delà), f sera égal à 1 sur tout l'intervalle. Le maximum (mode) de la fonction f dépend, dans les cas empiriques, du degré d'inégalité moyen dans la société : la société US, très inégalitaire, connaît un maximum à 0,68 (la raison en étant qu'une proportion importante de la population se trouve dans les queues de distribution des moyens-hauts et des bas revenus) ; pour la société suédoise, plus rassemblée autour de la médiane, le maximum de f est à 1,13.

La courbe de Champernowne I pose que : $F(R) = 1 - \frac{1}{R^{\alpha} + 1}$.

Posons un double changement de variable pour la représentation de la fonction de répartition, en utilisant pour notations :

R *:* revenu médianisé *;*

X *:* logarithme népérien de ce revenu médianisé X = ln (R) *;*

p, ou p(R), proportion d'individus en-deçà de R p=F(R) ;

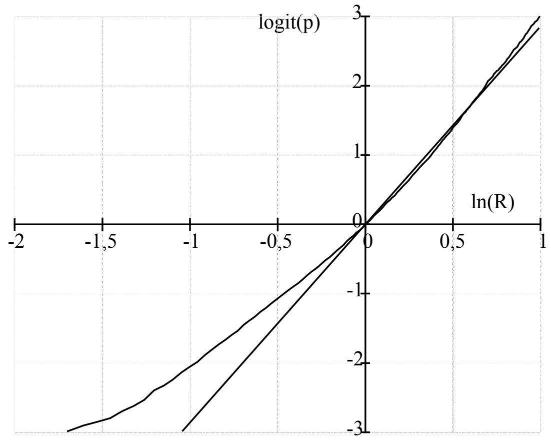
Y *:* transformée logistique de p, soit Y = ln (p / (1-p)).

Ce changement de variables, revenant non plus à représenter la répartition dans un diagramme log-log (voir graphique 1), mais dans un diagramme log-logit, permet de comprendre que la courbe de Champernowne I pose que la fonction de répartition graphée dans ce diagramme est une droite dont la pente α est le coefficient d'égalité de la répartition en question. En effet, la formule de la courbe de Champernowne I, une fois réalisé le changement de variable, devient :

$$Y = \alpha X$$

Ce que propose un tel changement de variable (ou la représentation de la fonction de répartition dans un diagramme log-logit qui est équivalent au changement de variable) des courbes de répartition empiriques, c'est la comparaison des vraies courbes à une courbe-gabarit.

Graphique 13. Les revenus selon Budget des familles-1989 en France, en log-logit

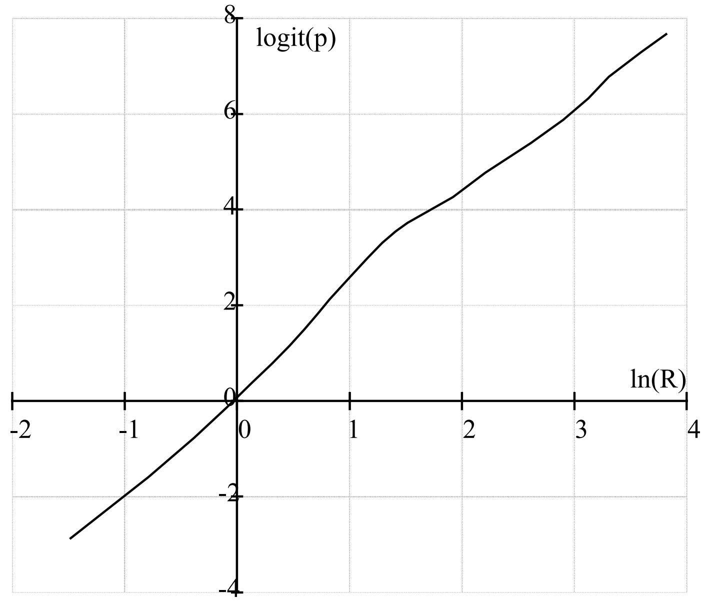


Une telle représentation apporte, je crois, quelques solutions à des problèmes de représentation des inégalités de revenu.

Ce graphique (la droite de pente $\alpha = 2{,}8$ est représentée en tirets) permet avant tout de comprendre que l'estimation selon la courbe de Champernowne I donne une image exacte du degré d'inégalité des revenus situés au dessus du revenu médian ; elle fournit toutefois une évaluation insuffisante, mais susceptible d'amélioration, du degré d'inégalité des bas revenus (en effet, plus la pente de la droite est importante, plus les revenus sont égaux).

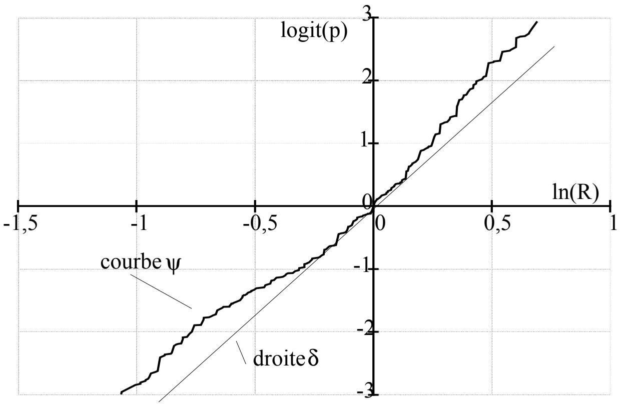
Le changement de variable permet donc de comprendre qu'il existe potentiellement (au moins) deux facteurs d'inégalité supplémentaires : une inégalité dans le haut de la courbe de répartition du revenu, et une inégalité dans le bas de cette courbe.

Graphique 14. Revenus fiscaux américains de 1936, en log-logit



Les alignements tels qu'on les obtient ne sont guère parfaits, en l'espèce, et chaque société nationale, à chaque époque, semble gérer différemment, à chaque niveau de la courbe de répartition, la plus ou moins grande inégalité (ie : le plus ou moins grand étirement) à chaque niveau de revenu. La société américaine offre un profil de fonction de répartition dans le diagramme log-logit à peu près rectiligne sans que ce soit vraiment une droite. Appelons dorénavant ψ cette courbe. Si ψ est fortement «pentue», l'ensemble de la population est rassemblée autour du revenu médian. Si au contraire, la courbe ψ est «plate», de grandes disparités existent au sein de la population, et à un niveau donné de Y négatif (part de la population la moins aisée) les revenus descendront particulièrement bas au regard du revenu médian, et pour les niveaux supérieurs de Y, les revenus s'éloigneront d'autant de la médiane. Il faut toutefois noter que les extrémités de la courbe ont une certaine autonomie par rapport à son centre : il peut très bien exister une forte égalité des classes moyennes, mais une part de la population peut s'enrichir plus que ne le suggère la droite de Champernowne I, et une sous-classe d'individus «décrocher» de cette classe moyenne et ne plus trouver aucune source de revenu.

Graphique 15. Schéma de la fonction ψ et de la droite δ, en log-logit



L'ensemble des courbes que nous pouvons construire avec les données de Atkinson et *Alii* (1994b) (données reportées en Annexe 4) fait comprendre que si α est une évaluation intéressante du degré global d'égalité d'une société (soit la pente de la droite globale δ du graphique 15), ce coefficient est fatalement instable, puisqu'il est une moyenne plus ou moins homogènement pondérée des différents $\alpha(R)$ relatifs au degré local d'égalité à chaque niveau de la courbe. Les données existantes nous suggèrent que les profils de la courbe ψ ne sont jamais très éloignés d'une droite δ, mais qu'une information importante est perdue lorsque l'hypothèse de la linéarité de la courbe ψ est faite.

Nous proposons, dans les limites de ce document, de considérer maintenant la forme du strobiloïde lorsque ψ est vue comme étant autre chose qu'une droite, d'abord dans le cas général, ensuite lorsque ψ est un polynôme de degré 3 (annexe 3), enfin lorsque nous utilisons une famille de lois ζ (précisées ci-dessous). J'espère, dans une étape ultérieure, utiliser des fonctions *spline*, lesquelles permettent un ajustement aussi parfait et souple que possible des courbes effectivement obtenues. Nous posons donc $Y = \psi (X)$.

Pour l'heure, nous savons une seule chose, qui est que ψ est une fonction monotone, passant par l'origine, et nous la supposerons en outre deux fois dérivable, pour que la fonction de densité f soit dérivable. Nous cherchons alors l'équation du strobiloïde f (que nous avons aussi notée σ) dans l'échelle de revenu R : f = dF/dR, soit :

$$f = \frac{dp}{dY}\frac{dY}{dX}\frac{dX}{dR}$$

d'où *:*

$$f = \frac{p(1-p)}{R}\frac{d\psi}{dX}$$

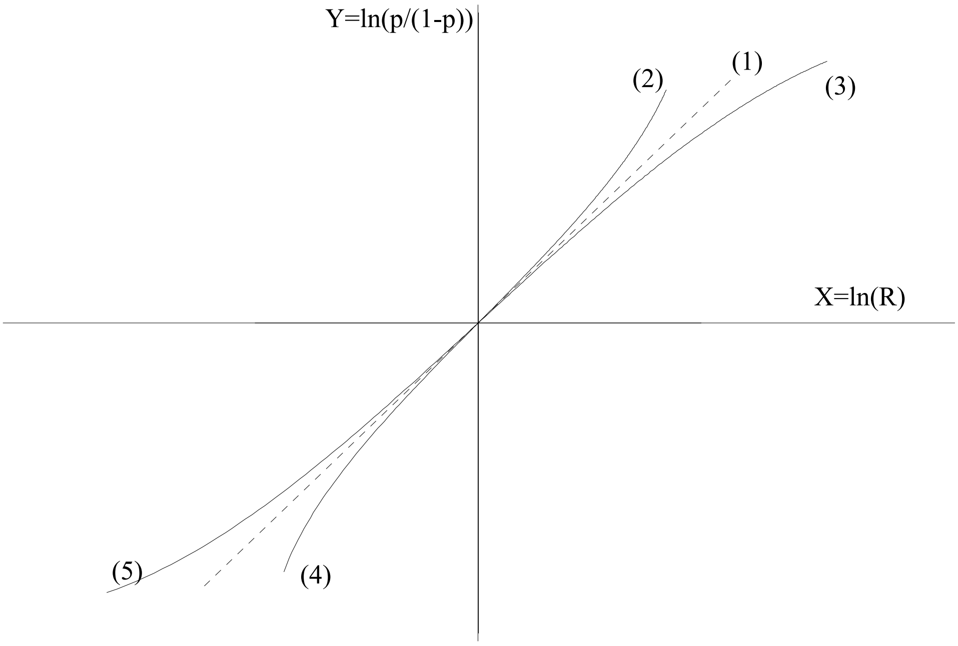
Cette écriture est l'équation générale du strobiloïde, sous réserve de se donner une fonction ψ adaptée. Si l'on choisit $\psi(X) = \alpha X$, et en remplaçant p par son expression analytique en fonction de R, nous obtenons l'équation du strobiloïde issu de la courbe de Champernowne I. Les données existantes nous montrent que ce choix linéaire n'est correct qu'en première approximation. Une représentation sensiblement plus exacte des réalités peut être obtenue en cherchant une courbe dont chacune des extrémités est indépendante de son centre. Il s'agit en effet de revenir au schéma log-logit pour comprendre les phénomènes (voir figure 16) :

α, pente «moyenne» de la courbe ψ, s'interprète immédiatement comme le degré d'inégalité global d'une nation ; plus exactement, il s'agit (comme on peut le constater en dérivant la formule) du degré d'inégalité que l'on constate autour de X = 0, soit le degré d'inégalité parmi les revenus proches de la médiane. De par l'alignement global que nous observons, le degré d'inégalité médiane aura une influence sur l'ensemble de la répartition du revenu : si les «classes de revenu médian»[4] sont «allongées» (ie : il existe de fortes disparités de revenu même chez les gens intermédiaires) de telles disparités auront des chances de se constater du haut jusqu'au bas de la courbe. Pourtant, pour compléter la courbe de Champernowne I (c'est la droite (1) du schéma), il s'agit de voir que les extrémités sont partiellement autonomes au regard de ce degré d'inégalité «globale», ou «médiane» : 4 modifications potentielles par rapport à l'alignement doivent être envisagées aux extrémités de la courbe (1), à savoir (2), (3), (4) et (5)[5].

Graphique 16. La forme de ψ dans le diagramme log-logit

[4]Pour utiliser la terminologie adaptée de A. Atkinson et *alii* (1994b).

[5]Dans une démarche plus générale, ψ peut aussi être une fonction en zig-zag bien plus complexe...



Ces inclinaisons différentes des extrémités de la courbe ψ peuvent être interprétées comme suit :

(2) signale l'existence d'un «plafond» aux termes duquel le revenu des plus riches est nettement «comprimé» au regard du degré d'inégalité signalé par α, pente «globale» ou «médiane». Ce peut être le cas dans une nation où un impôt sur le revenu, fortement progressif, comprime la queue de distribution des plus riches.

(3) signale l'effet inverse : «le haut revenu ouvre les portes au haut revenu» ; il existe alors une queue de distribution de hauts revenus plus importante que ne le suggérerait l'approximation de Champernowne I ; autrement dit un succès économique minimal est nécessaire à l'accès au succès.

(4) signale l'existence d'un «plancher» de revenu, c'est-à-dire d'un filet de sécurité empêchant les plus «pauvres» de descendre aussi bas dans l'échelle des revenus que ne le suggérerait Champernowne I. L'existence d'un revenu minimum universel peut contribuer à donner une telle forme à la courbe ψ.

(5) signale l'effet inverse : «la pauvreté ouvre les portes à la pauvreté», c'est-à-dire que la descente en-deçà d'un certain seuil de revenu contribue à une perte plus que proportionnelle de revenus. Ce pourrait être le cas, par exemple, d'une nation où l'accès aux prestations sociales est conditionné à la disposition d'un emploi, les individus désinsérés n'obtenant plus rien.

L'objectif est maintenant de trouver une famille de courbes en mesure d'approximer empiriquement les formes de ψ *:*

(A) avec un polynôme de degré 3 (annexe 3),

(B) avec des fonction ζ.

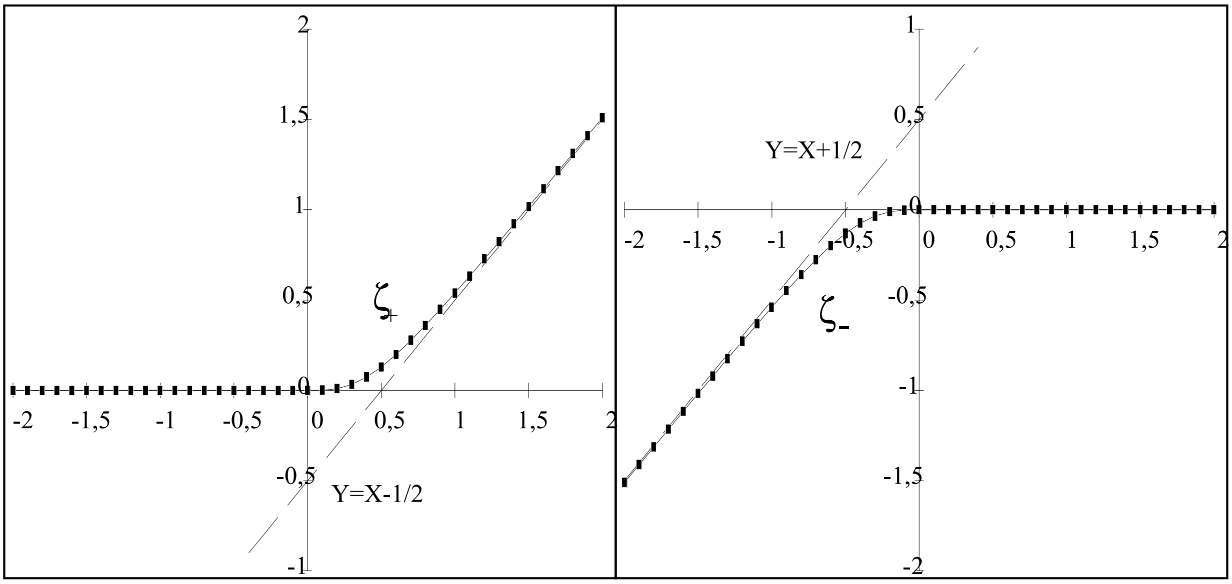
Estimation par les fonctions ζ

Nous proposons une autre estimation empirique de la forme de la courbe, utilisant la fonction ζ_+ et ζ_- définies par *:*

$$\zeta_+(Y) = \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{\left(X + |X|\right)^3 + 1} - 1\right)$$
$$\zeta_-(Y) = -\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{\left(-X + |X|\right)^3 + 1} - 1\right)$$

ζ_+ et ζ_- sont dérivables deux fois en tout point de la droite réelle, ζ_+ vaut 0 pour toutes les valeurs négatives de X puis son asymptote en $+\infty$ est la droite Y=X-1/2 ; ζ_- vaut 0 pour toutes les valeurs positives et est tangente en $-\infty$ à la droite Y=X+1/2 ; nous reproduisons ci-dessous les profils des courbes :

Graphique 20. Profil des fonctions ζ_+ et ζ_-



Si, maintenant, nous estimons la courbe ψ par *:*

$\psi(X) = \alpha X + \beta \zeta_+ (X) + \gamma \zeta_- (X)$,

les coefficients α, β, et γ s'interprètent simplement :

- α traduit le degré d'égalité médian de la société *;*
- β l'effet de «plafond» *;*
- γ l'effet de «plancher».

Une société type Champernowne I, en effet, sera caractérisée par un β et un γ nuls. Si en revanche, les plus riches sont confrontés à des impôts directs fortement progressifs, par exemple, limitant de ce fait leurs revenus disponibles, β sera fortement positif suite à l'effet de «plafond» impliqué par un tel impôt. D'autre part, si les plus pauvres bénéficient d'un filet de sécurité impliqué par un revenu minimal universel relativement généreux, nous observerons un γ positif.

L'intérêt de l'estimation par les fonctions ζ consiste en ce que nous disposons alors de trois coefficients interprétables et d'une lecture de la façon dont une société gère les inégalités de sa classe de revenus médians, de sa classe de revenus supérieurs et de sa classe de revenus modestes. En effet, si α caractérise l'égalité des classes de revenus médians (le peu de disparités, ie : d'allongement, ie : la forte présence d'individus parmi les revenus médians) ; $\rho = \alpha + \beta$ (pente limite vers les fortes valeurs de X) mesurera la contraction du haut de la courbe : si ρ est fort, une faible proportion d'individus parviendra à la richesse (définie par le seuil que l'on voudra) ; de même $\pi = \alpha + \gamma$ mesurera la contraction que l'on observe dans le bas de la courbe des revenus : si π est élevé, nous aurons une société où la proportion de gens vivant en état de pauvreté (définie par le seuil que l'on voudra) sera faible.

Cette méthode d'estimation conduit aux calculs suivants :

$$f = \left(\alpha + \beta \frac{(X>0)(X+|X|)^2}{\sqrt[3/2]{(X+|X|)^3+1}} + \gamma \frac{(X<0)(-X+|X|)^2}{\sqrt[3/2]{(-X+|X|)^3+1}} \right) \frac{p(1-p)}{R}$$

$$\text{avec } p = \frac{1}{1+\exp\left\{ -\left[\alpha X + \frac{\beta}{2}\left(\sqrt[3]{(X+|X|)^3+1} - 1 \right) - \frac{\gamma}{2}\left(\sqrt[3]{(-X+|X|)^3+1} - 1 \right) \right] \right\}}$$

Nous avons de plus : X = ln (R), et (X>0) est la fonction qui à X>0 associe 1, et 0 sinon. f est une fonction dérivable au moins une fois en tous points, grâce aux propriétés de ζ.

Bien sûr, si β et γ sont nuls, on retrouve l'expression de Champernowne I. Plus β est élevé, plus la courbe se rapproche du modèle (2) : existence d'un plafond situé relativement bas ; si β est négatif, c'est le contraire : (modèle 3). Quant à γ, s'il est positif, le «plancher» est relativement haut ; la courbe est du type (4) ; s'il est négatif, la courbe est de type (5), où le plancher est très bas.

Pour présenter la méthode, nous utilisons l'exemple des Pays-Bas.

l'exemple hollandais 1987 :

Nous réalisons les estimations des paramètres en utilisant les données produites par Atkinson et *Alii*[6], permettant l'obtention de cinq points dans le graphique log-logit. les coefficients α, β et γ peuvent alors être estimés :

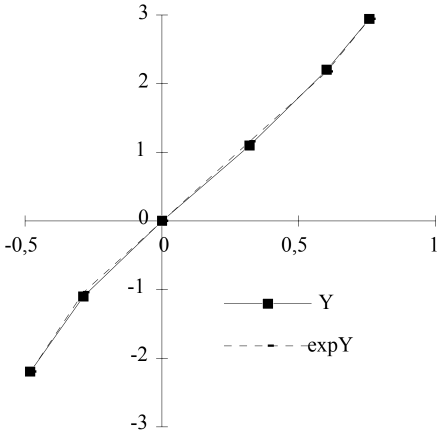
$\alpha = 3{,}62$

$\beta = 0{,}63$

$\gamma = 3{,}86$.

Graphique 21. Estimation de la fonction ψ

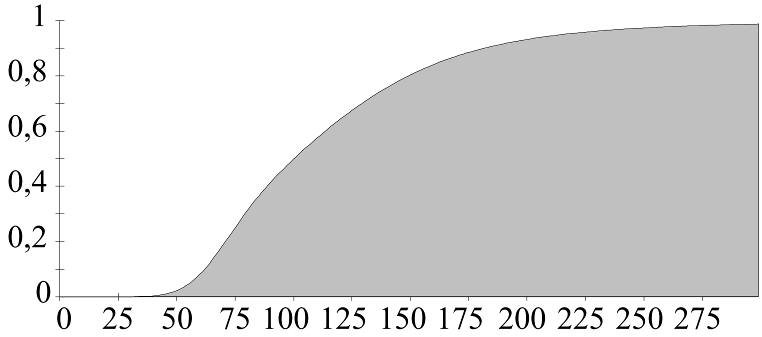
[6]Atkinson et *alii* (1994b) ; ces données concernent le niveau de revenu médianisé des centiles : 10, 25, 75, 90, 95 (c'est-à-dire, le pourcentage de revenu médian obtenu par l'individu le plus élevé de chacun de ces centiles). Le revenu en question est le revenu disponible par unité de consommation (selon une échelle concurrente de la classique échelle d'Oxford : en considérant le nombre d'unités de consommation comme étant égal à la racine carrée du nombre d'unités du ménage).

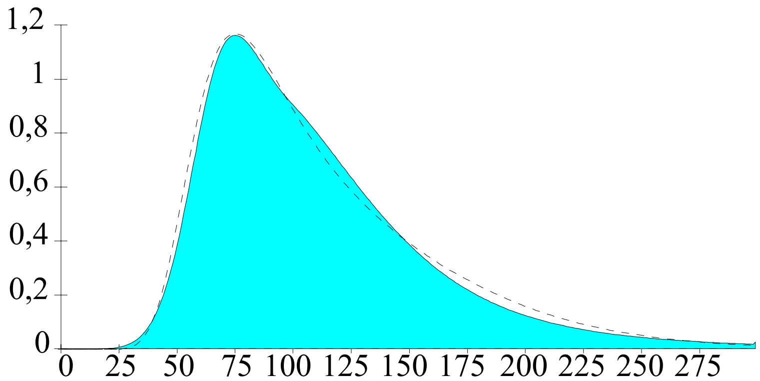


La simulation de la fonction de répartition et le profil du strobiloïde (fonction de densité) donnent alors :

Graphique 22. Fonction de répartition

et Graphique 23. Strobiloïde NL87 (l'estimation polynomiale est en pointillés)





Cette estimation (qui présente l'intérêt de nous donner deux coefficients-limites interprétables) nous livre une vision un peu différente (dans le cas précis des Pays-Bas, en cela que le profil est un peu différent pour les revenus situés entre 100 et 150% du revenu médian, et sous-estimé au-delà, signe de ce que un quatrième paramètre mériterait peut-être d'être recherché.

Les estimations des différents coefficients donnent, dans ce cas (par ordre de α croissant), pour l'ensemble des pays et des années présentées par Atkinson et *Alii* :

NOM	α	β	γ

NOM	α	β	γ

US86	2,48	1,54	-0,72	NL87	3,62	0,63	3,86
IRL87	2,59	0,73	1,03	SUI82	3,65	-0,73	-0,29
US79	2,79	2,02	-0,97	D84	3,85	0,87	0,15
UK86	2,89	1,29	1,01	LUX85	3,86	-0,62	0,83
ITA86	2,95	1,09	0,31	BE88	4,01	1,51	0,30
ESP80	2,95	0,58	-0,22	BE85	4,04	1,88	0,60
PO90	3,01	0,45	0,09	NO86	4,17	1,49	-1,42
PO80	3,01	0,32	-0,16	SW87	4,36	4,09	-1,92
UK79	3,25	1,80	0,02	FI90	4,38	2,22	-1,54
FR84	3,32	0,32	1,23	NO79	4,38	1,63	-1,56
FR79	3,40	0,20	0,36	FI87	4,44	3,02	-1,02
NL83	3,53	0,26	3,16	SW81	4,87	3,25	-1,39

Les estimations de α fournies ici sont presque identiques à celles obtenues avec la méthode des polynômes de degré 3 (Annexe 3) *:* le lien entre les deux évaluations (ie : le R^2) est 0,998, montrant la presque parfaite congruence entre les deux séries. L'intérêt de cette évaluation de α, β, et γ est d'objectiver la grande indépendance des trois degrés d'inégalité, à savoir :

- α, un degré global d'égalité qui constitue une mesure de l'homogénéité des classes de revenu médian; le strobiloïde est d'autant plus large au niveau du revenu médian que α est élevé ;
- β, un degré d'abaissement du plafond de revenu, qui comprimera le haut du strobiloïde ;
- γ, un degré d'élévation du plancher de revenu, plus ou moins généreux, qui contribuera à écourter la queue de distribution inférieure du strobiloïde, en la remontant.

Si nous souhaitons avoir une évaluation rapide[7] des trois coefficients avec l'obtention de données type $R_{n,p}$ (voir page 15), où $R_{n,p}$ est le revenu frontière-supérieure relatif au p-ième n-ile (si n = 10 et p = 9, $R_{n,p}$ est le revenu, exprimé en part de revenu médian, en deçà duquel 90% de la population se situent), nous pouvons considérer que α est la pente sur le diagramme log-logit des n-iles immédiatement inférieur et supérieur au point médian. Si $R_{n,(n/2)-i}$ et $R_{n,(n/2)+i}$ sont ces revenus n-ilaires immédiatement supérieurs et inférieurs au revenu de la médiane, nous avons :

$$\alpha = \frac{2\ln\left(\dfrac{n+2i}{n-2i}\right)}{\ln\left(R_{(n;\{n/2\}+i)}\right) - \ln\left(R_{(n;\{n/2\}-i)}\right)}$$

β peut alors être estimé par la donnée du revenu n-ilaire le plus élevé $R_{n,n-j}$:

[7]Notons que cette estimation, pour l'heure, ne fournit pas d'écart-type : nous avons choisi d'estimer α par la pente des points de p25 à p75 publiés par Atkinson et *alii* (1994b), puis ensuite d'estimer β et γ en fonction des extrémités de la courbe. Ces estimations, simples, pour ne pas dire primaires, offrent l'avantage d'être aisément programmables sur un tableur et d'automatiser ainsi toute une série de calculs et de représentations graphiques.

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{n-j}{j}\right) - \alpha \ln\left(R_{(n;\, n-j)}\right)}{\zeta_{+}\left(\ln\left(R_{(n;\, n-j)}\right)\right)}$$

Quant à γ, il peut être estimé par la donnée du revenu n-ilaire le plus faible, $R_{n,k}$:

$$\gamma = \frac{\ln\left(\frac{k}{n-k}\right) - \alpha \ln\left(R_{(n;k)}\right)}{\zeta_{-}\left(\ln\left(R_{(n;k)}\right)\right)}$$

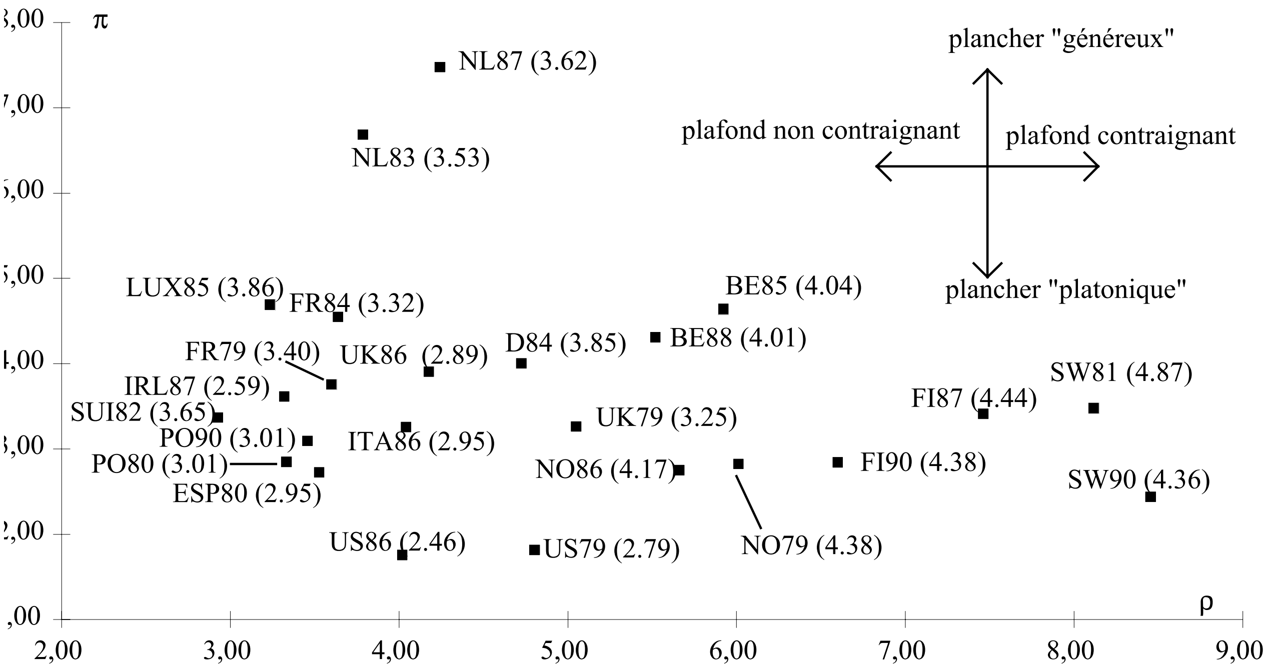
Avec les données du LIS, nous avons des données centilaires, avec : n = 100, i = 25, j = 5, k = 10.

Pour bien mesurer ces jeux sur les extrémités de la courbe de répartition, qui font que chaque système national de partage du revenu disponible ne consiste pas simplement à se fixer un degré d'inégalité, mais aussi à se donner un plafond et un plancher, nous pouvons considérer :

- $\rho = \alpha + \beta$, pente-asymptote de la courbe ψ en $+\infty$, qui fournit une mesure de la limitation de la hiérarchie économique vers le haut (autrement dit, plus ρ est important, moins il existera de ménages en mesure d'accéder à des niveaux très élevés de revenus, ou encore : moins la queue de distribution des hauts revenus sur le strobiloïde sera importante) ;
- $\pi = \alpha + \gamma$, pente-asymptote de la courbe ψ en $-\infty$, fournit en revanche l'objectivation de la limitation de la pauvreté ; plus π est élevé, moins sera importante la proportion de ménages dans la queue de distribution inférieure du strobiloïde.

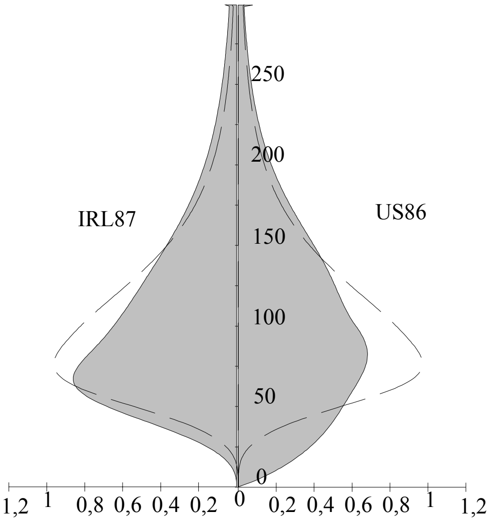
Représentons alors les pays dans le graphique ρ et π. Ce graphique permet d'objectiver ce que l'on ne verrait pas sinon : certaines sociétés peuvent choisir de se doter d'un degré d'égalité plus ou moins élevé, et nous pourrions opposer le modèle scandinave au modèle néo-américain, mais ce degré global d'égalité ne permet guère d'inférer ce que chaque pays fera, et de ses riches, et de ses pauvres. Pour caricaturer, nous pourrions dire que le modèle américain se distingue non pas par une queue de distribution de riches extraordinaire, mais plutôt par une proportion de pauvres tout à fait prodigieuse.

Graphique 24. les pays dans le graphique ρ-π (α entre parenthèses)

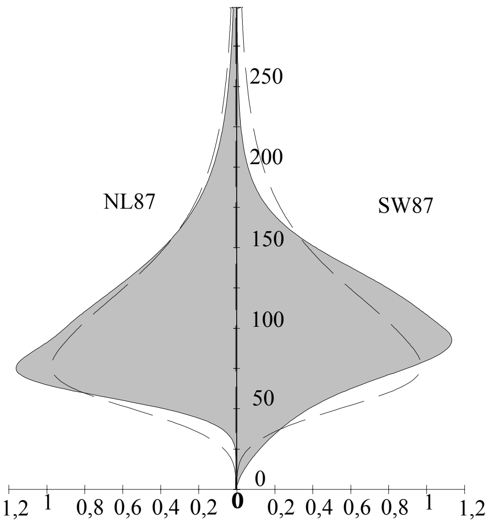


Comparons pour ce faire les Irlandais de 1987 aux Américains de 1986 ; ce sont deux sociétés inégalitaires (au regard de α), mais bien différentes pour ce qui est de leurs planchers et plafonds respectifs. A coefficient α comparable, les situations irlandaises et américaines sont très différentes : s'il y a inégalité en Irlande, elle provient d'une substantielle classe de riches peuplant le haut de la courbe de répartition ; aux Etats-Unis, la queue de distribution supérieure n'est pas gigantesque : ce qui est vraiment remarquable, c'est la sur-représentation des revenus situés très en-deçà du revenu médian. Le système d'économie mixte français a, relativement, une queue de distribution de revenus supérieurs comparable à celle que l'on observe pour les Etats-Unis... En revanche, les classes de revenu médian sont en France considérablement sur-représentées au regard de celle des Etats-Unis : le modèle américain est bien moins celui des classes moyennes (ou supérieures), que celui des classes de pauvres.

Graphique 25. Strobiloïdes Irlande 87 et US 86 (et France 84 en tirets)



Graphique 26. Strobiloïdes Pays-Bas 87 et Suède 87 (et France 84 en tirets)



Les systèmes d'économie mixte valent aussi d'être comparés, pour comprendre un peu mieux les processus à l'œuvre dans les différents pays : ces coefficients permettent de comprendre que les Pays-Bas sont fondés sur une logique d'assistance aux pauvres[8], qui bénéficient visiblement d'un revenu minimum universel égal à un demi-revenu médian par unité de consommation : ce filet de sécurité ne se traduit pas par une compression des revenus supérieurs comme on les constate en Suède. Visiblement, les Pays-Bas gèrent le partage du revenu disponible en donnant (comparativement aux autres pays) plus aux pauvres, sans pour autant abaisser les riches ; est-ce lié à un moindre saupoudrage des prestations, et à un ciblage exclusif et systématique en faveur du bas du

[8]Voir (CERC, 1994)

strobiloïde? Distinguer dans les données revenu primaire et revenu de redistribution permettrait d'éclaircir ce mystère.

Le modèle scandinave est très différent : de par la forme même du strobiloïde, nous pourrions inférer que le sens égalitaire des Suédois consiste moins à partager le revenu disponible avec les plus pauvres, mais plutôt à faire pression sur celui des plus riches. Pour caricaturer les situations relatives, nous pourrions dire que les Bataves sont *pènétophobes* (en moins précieux : ils ont la pauvreté en et30

horreur), et ont orienté le système de partage du revenu disponible (revenus primaire plus revenus complémentaires) vers une élévation systématique des plus pauvres (impliquant de ce fait l'équivalent d'un revenu minimal de citoyenneté plutôt généreux) ; ainsi, l'interpolation de la courbe donne 2.9% de la population sous le demi-revenu médian, et 6.5% au dessus du double-revenu médian (respectivement 7.0% et 8.4% pour la France de 1984). Les Scandinaves, *ploutophobes*, ont créé un système social où, relativement, les bas revenus sont relativement mal traités dans le partage du revenu disponible (7.3% de la population sous le demi-revenu médian) alors qu'une forte pression retient l'envolée des hauts-revenus, le pourcentage de ménages au-dessus du double revenu médian étant évalué à 1.6% par l'interpolation de la courbe.

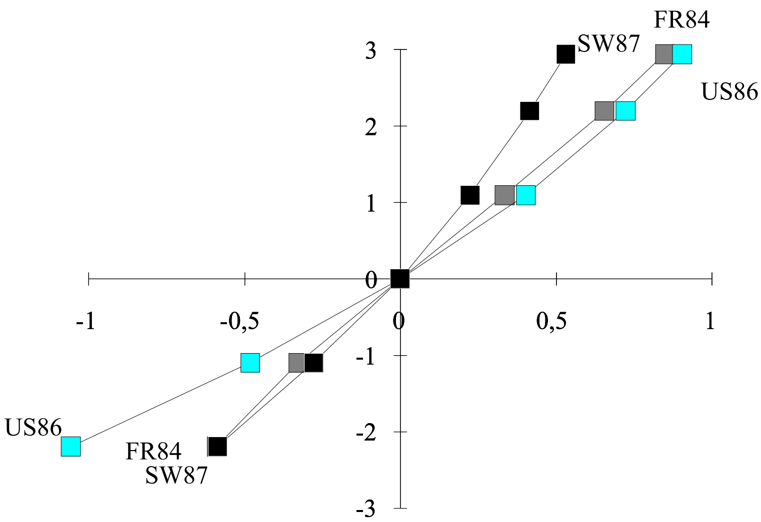
Nous exposions du positif, et je passe maintenant au normatif.

Les formes spécifiques des strobiloïdes suédois et batave permettent de comprendre comment un système de classes moyennes peut se construire : chez les Bataves, les plus pauvres sont «remontés» et nourrissent ainsi les classes médianes *par le bas* (donnant ainsi une forme spécifique de «sapin de Noël» à la courbe) ; les Suédois procèdent autrement : l'abaissement des riches vers les classes médianes nourrit celles-ci *par le haut*.

Cette situation, je l'interprète pour l'instant comme suit : «Comme pour tout (...) système de redistribution, où les «grands» se défont d'une partie de leurs avoirs au profit des autres, deux (groupes de) bénéficiaires potentiels sont en mesure de tirer quelque avantage du processus : les «petits» et les «moyens».» (Chauvel, 1994b). La situation néerlandaise semble être celle où une pression fiscale répartie harmonieusement sur l'ensemble des individus dépassant le revenu médian bénéficie presque exclusivement aux plus pauvres ; le cas scandinave (la Norvège et la Finlande étant semblables) est plutôt celui où une formidable pression pèse sur les revenus les plus élevés, au profit des classes moyennes, sans qu'un bénéfice considérable puisse en être tiré par les plus bas revenus.

Le modèle scandinave laisse réfléchir sur le système nordique, où, en définitive, pallier les nécessités des nécessiteux est moins essentiel que l'abaissement des plus riches au niveau de la classe de revenu médian. Ces étrangetés relatives des systèmes peuvent se lire en superposant les courbes ψ de pays aussi différents que les Etats-Unis, la Suède et la France : malgré une classe de bas revenus plus nombreuse qu'ailleurs, les Américains n'ont guère plus de riches que la France elle-même. Les Suédois ont beau avoir fondé un système égalitaire puissant, les pauvres y sont aussi nombreux qu'en France, fait déjà révélé par un graphique de Atkinson et *Alii* (1994b).

Graphique 27. Courbes ψ FR84, SW87 et US86 (diagramme log-logit)
et32



J'analysais alors ce résultat comme étant celui d'une belle alchimie de la France : des pauvres aussi peu nombreux qu'en Suède, des riches (presqu') aussi nombreux qu'aux Etats-Unis... sans comprendre encore que l'alchimie n'était pas le fait de la France : cette alchimie, c'est l'incroyable système inégalitaire américain, et l'abracadabrante construction égalitaire scandinave.

Pour compléter ces interprétations sur les structures (modèle-oignon américain, modèle-as-de-carreau scandinave, modèle-sapin-de-Noël batave, puis le reste des pays analysés, qui n'ont pour originalité que des différences de coefficients ne révélant pas de différence de type formel de leur modèle-toupie, proche de celui de la France), il convient de relever certaines évolutions (entre les photographies rapprochées que fournit le LIS).

D'abord, le α a connu une tendance à la baisse dans tous les pays, à l'exception des Pays-Bas et du Portugal. Les plus fortes baisses d'homogénéité s'enregistrent dans les pays anglo-saxons et en Scandinavie. Même la France 1979-1984 a connu cette baisse d'homogénéité de la classe médiane. Est-ce une tendance universelle à la rupture de la classe moyenne et à l'augmentation des inégalités ? J'exprime quelques doutes quant à une telle analyse. En effet, avec la baisse de α augmente le γ, et ce n'est pas à une chute sans filet de sécurité que l'on assiste dans la plupart des pays, ni à une tendance vers la paupérisation absolue des plus pauvres de chacune des sociétés.

La Belgique, les trois scandinaves et les Etats-Unis connaissent effectivement une baisse de π, coefficient objectivant les inégalités limites au bas de l'échelle des revenus ; en revanche, le Portugal, la France, les Pays-Bas et le Royaume-Uni se distinguent par une élévation du filet de sécurité tel que nous l'estimons ; les données de Atkinson et *Alii* portent sur la décennie quatre-vingt (et sur 1979-

1984 pour la France, 1979-1986 pour le Royaume-Uni), ce qui relativise (nous ne savons rien sur 1986-1995) mais il faut noter que le cas britannique tel que nous le restituent les données est loin de ressembler à celui des Etats-Unis dont la situation est fort différente et que le filet de sécurité s'est amélioré chez les Britanniques alors qu'il s'est dégradé aux Etats-Unis.

Le plafond, en revanche, tel qu'il est estimé par ρ, semble s'élever dans les pays anglo-saxons, en Finlande, en Norvège, en Belgique, mais il s'abaisse en Suède ; parler de tendance pour des photographies aussi rapprochées peut être excessif, d'autant qu'elles sont parfois contre-intuitives (pourquoi le plafond suédois obéit-il à une autre dynamique que dans les autres pays scandinaves ?).

Il reste que compter les problèmes sociaux à l'aune du α (et c'est lui qui déterminera massivement le Gini, plus sensible au centre qu'aux extrémités) est une erreur, à mon sens, majeure : le problème tel qu'il peut apparaître est bien la création d'une immense classe inférieure, croissante en proportion, telle qu'on la repère aux Etats-Unis, système qui heurte l'esprit de justice tel qu'on le conçoit en Europe. Le système scandinave, quant à lui, (me) parait absurde, en cela que l'égalité qui y règne (au vu du Gini) dissimule des pauvres aussi nombreux qu'en France. Si, de tous ces systèmes, il en existe un qui, me semble-t-il, conduit à une répartition juste, c'est le système batave, où l'assistance aux pauvres et l'ouverture qui leur est ainsi faite à la consommation marchande ne signifie pas pour autant un acharnement contre les riches.

L'évolution de la France entre 1979 et 1984 (baisse de α, maintien de ρ et élévation de π) me semble exprimer cette évolution saine de la société, où le filet de sécurité est amélioré sans limiter pour autant les possibilités d'enrichissement de quelques individus. Mais nous ne savons que peu de chose de 1984 à nos jours, en attendant la publication prochaine des revenus fiscaux des Français par l'INSEE...

Conclusion

Nous résumerons ici ce que nous croyons être l'avancée proposée par ce document de travail. Puis nous traçons des pistes pour l'avenir.

Cette avancée est l'objectivation de trois degrés d'égalité, à savoir α, qui concerne les classes de revenu médian (qui contribuera à donner au strobiloïde une forme plus ou moins «dodue» aux revenus équivalant à 100% du revenu médian), β, degré d'inégalité relatif aux revenus supérieurs (qui «comprimera» plus ou moins la queue de distribution supérieure du strobiloïde), et γ, un degré d'égalité inférieur (dont la résultante sera de «remonter» plus ou moins les revenus les moins confortables).

Ces trois choix de partage du revenu (ici, revenu disponible, mais le primaire et le redistribué devront être analysés séparément) étant plus ou moins indépendants, on peut observer des pays très égalitaires, fondés sur une «compression» de la classe des revenus supérieurs, mais n'œuvrant pas en faveur de la classe des revenus inférieurs. Une telle réalité permet de comprendre un peu les jeux à trois classes des sociétés : la Scandinavie où l'on observe une compression des classes de revenu supérieur sans élevation des classes de revenu inférieur ; les Etats-Unis, où la ruine des classes inférieures n'est en rien le gage de l'élévation des classes supérieures ; les Pays-Bas, où les classes médianes et supérieures ont consenti à remonter massivement les classes inférieures.

Ces jeux à trois ont un intérêt non seulement historique mais aussi en termes d'évolution des systèmes nationaux, et permet de comprendre les tentations respectives des acteurs collectifs : un système dévoyé par une classe médiane égoïste peut très bien homogénéiser le haut du strobiloïde (élévation drastique de ρ), sans pour autant éviter l'appauvrissement d'une classe de pauvres (baisse de
π)... La dynamique récente de la Suède ressemble bien à celle-là. Le Royaume-Uni est aussi particulier, où l'on entend des cris d'orfraie autour de l'appauvrissement généralisé des pauvres. Pourtant, de 1979 à 1986, si la classe médiane a connu un fort courant de déshomogénéisation, il semble bien que le filet de sécurité de la classe de revenus inférieur, pour autant, s'est élevé.

Nous pouvons donc voir toute la distinction entre les représentations collectives que les citoyens suscitent quant aux inégalités (qui est vue, le plus souvent, comme étant l'inégalité au singulier, comme si elle était une) et les réalités. Un système cité comme étant ultra-égalitaire (modèle scandinave) peut avoir ses ratés au bas du strobiloïde. Un système cité comme ultra-libéral peut aussi bien conserver et améliorer le filet de sécurité de ses classes inférieures (UK de 1979 à 1986). Un système réganien peut cultiver une idéologie de l'enrichissement des classes supérieures, mais rester ce qu'il est : un système à faire des pauvres. Les Bataves conservent une queue de distribution de revenus supérieures incomparable avec ce que l'on trouve en Suède (et dans les autres pays scandinaves) mais protègent leurs pauvres avec une efficacité admirable.

Mon sentiment est que la représentation du strobiloïde est avant tout un excellent objectivateur du statut différentiel de l'homme dans les pays respectifs, statut objectivé par le partage du revenu disponible : aux Pays-Bas, l'homme est homme, et a droit à un accès minimum à la consommation marchande ; pour le reste, il peut être grand ou moyen, mais l'homme ne saurait être petit. En Scandinavie, l'échelle est quasiment inversée : l'homme est homme, et n'a pas droit de monter au delà d'un certain seuil, au delà duquel la société est en droit de lui refuser toute augmentation de revenu disponible ; il peut en revanche déchoir au même titre que les pauvres gars que l'on trouve dans tous les pays d'Europe, sauf chez les Bataves. Les américains tolèrent quant à eux la déchéance d'une proportion inouïe du corps social ; qu'importe la proportion de pauvres dont la condition d'homme est discutable, si toutefois une petite proportion peut connaître l'opulence ; tel doit être la vision américaine des choses. Par comparaison, les pays d'Europe — autres que bataves ou scandinaves — semblent partager (britanniques compris !) une conception de l'homme moyen qui s'exprime par une toupie grossièrement de même forme (il existe des différences dans les coefficients, mais elles conduisent à des représentations de forme globale similaire) typique d'un système de cohabitation entre une classe médiane dodue, au dessus de laquelle on trouve une fine élite économique, et en deçà une anti-élite de pauvres gars que l'assistance fait vivoter plus ou moins (in) confortablement selon la générosité relative de la société.

Ces interprétations peut-être rapides et grossièrement brossées conduisent à l'ouverture aux travaux d'avenir, dont je retrace ici la liste inexhaustive :

- estimer les incertitudes statistiques sur les trois coefficients (simulations dont certaines sont déjà réalisées) ;
- entrer dans l'hétérogénéité intra : âge, diplôme, occupation professionnelle, appartenance ethnique pour les US ;
- analyser les différentes étapes de la formation du revenu disponible : revenu professionnel, revenu patrimonial, prélèvements, redistributions, disponible, tout en abordant la question du déstockage de capital dans les pays où le système de retraite n'est pas répartitif (mais aussi la question de l'accès à la consommation non-marchande) ;
- évaluer les flux (pression fiscale et prestations) financiers mis en jeux par une modification de α, β et γ ;
- affiner les courbes en disposant de données abordant les extrémités des queues de distribution.

Annexe 1

Pareto

Rappelons les principales caractéristiques de la courbe de Pareto :

$$N = \frac{A}{R^{\alpha}}$$

qui s'exprime aussi ln N = ln A - α ln R, est l'équation de la courbe de Pareto ; elle annonce simplement l'alignement, sur un graphique log-log, des points représentant le revenu et le nombre des gens plus riches que ce revenu.

Une impossibilité logique se présente pour les bas revenus. l'écriture suivante la lève, mais conduit au problème de l'existence d'un revenu minimal, et d'une discontinuité

$$p(revenus > R) = \min\left(\frac{A}{R^{\alpha}}, 1\right)$$

$$\text{revenu minimum : } R_0 = A^{1/\alpha}$$

La proportion d'individus dont la richesse est comprise entre R et R+dR est alors :

$$dp = \begin{cases} \frac{\alpha A}{R^{\alpha+1}} dR, & \text{si } R \geq R_0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{on note } \sigma = dp/dR.$$

Les bas salaires s'ajustent mal à cette courbe : ils sont en nombre trop peu nombreux, ou alors sont trop bas, pour certains.

Contrairement aux allégations de Pareto, $\alpha > 1$ est un paramètre d'égalité (il croît avec l'égalité). Pourquoi ? Le revenu médian est d'autant plus proche du revenu moyen que α est grand ; autrement dit, les individus dans leur grande majorité voient leurs appointements se rapprocher d'un pouvoir d'achat «normal», au sens où c'est le même pour tous ; il n'existe ni un grand nombre de très riches ni un grand nombre de très pauvres. Nous présentons la démonstration de ce résultat :

Le revenu médian, noté ici $\underline{R}$, est défini par : $\underline{R} = (2A)^{1/\alpha}$.

Le revenu moyen vaut, quant à lui, $\overline{R} = \int_{R_0} R f(R)\,dR$.

Soit $\overline{R} = \frac{\alpha A}{(\alpha - 1) R_0^{\alpha - 1}}$,

d'où $\frac{\overline{R}}{\underline{R}} = 2^{1/\alpha}$

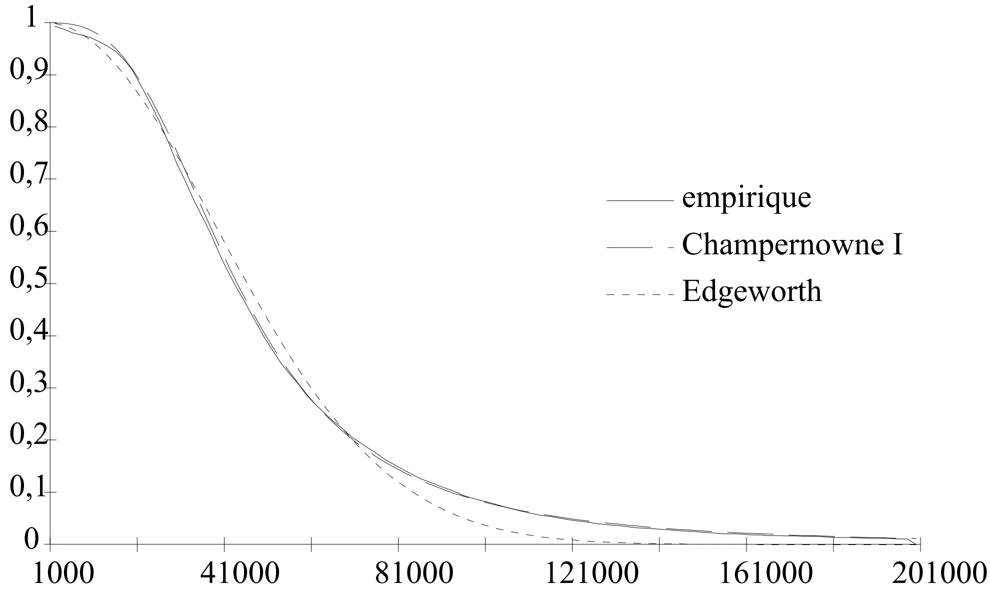
Le revenu moyen est d'autant plus proche du revenu médian que α est élevé. Pareto assistait, sans le savoir, ou plutôt en affirmant l'inverse, à une période d'augmentation des inégalités.

La courbe de Pareto eut des rivales, en particulier avec la courbe d'Edgeworth ; Pareto lança alors des contre-propositions complétant les imperfections éventuelles de sa courbe ; cette recension, non exhaustive, des courbes existantes, fixe le débat (nous avons retiré de cette liste les estimations de type entropique présentées par Rashevski (1950) ou citées par Forsé (1989)) :

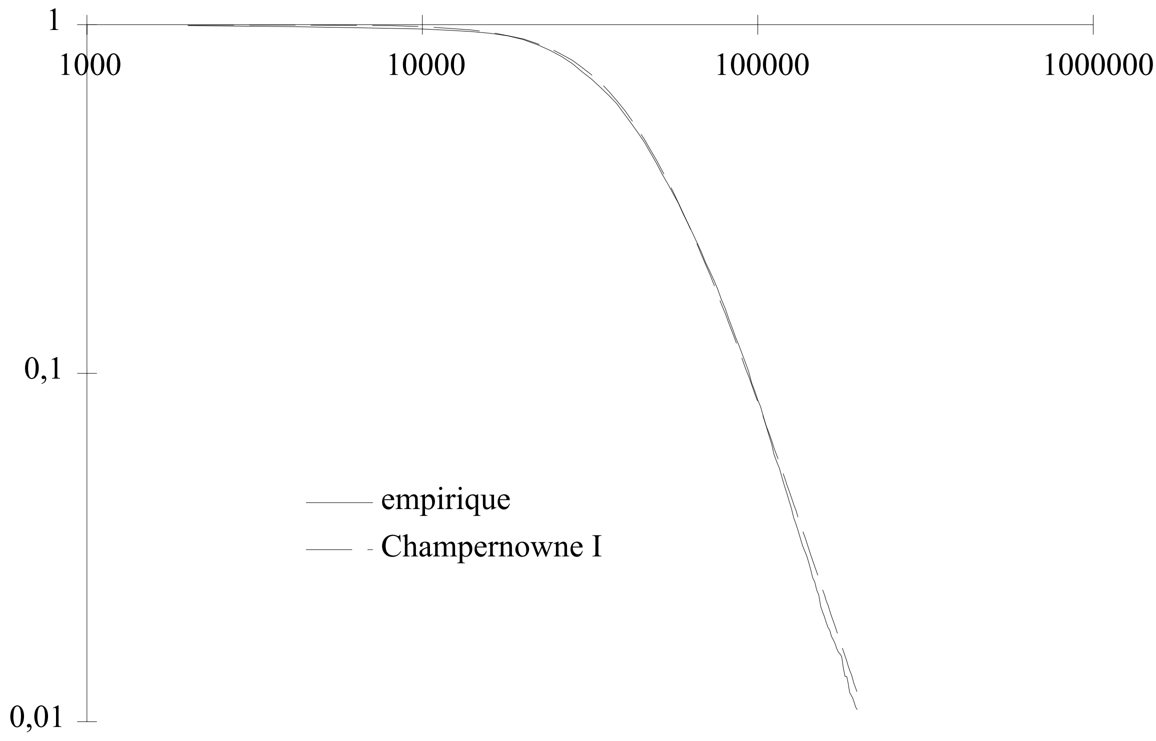
- Pareto bis $\quad p(revenus > R) = \min\left(\frac{A}{(R+a)^{\alpha}}, 1\right)$
- Pareto ter $\quad p(revenus > R) = \min\left(\frac{A}{(R+a)^{\alpha}} \bullet 10^{-\beta R}, 1\right)$
- Edgeworth 1 $\quad p(revenus > R) = e^{-\alpha R^2}$
- Edgeworth 2 $\quad p(revenus > R) = \frac{1}{c\sqrt{\pi R}} e^{-\alpha R^2}$

Il apparaît que Champernowne I s'ajuste le mieux aux données Budget des ménages des revenus par personne. Edgeworth 1 donne des résultats satisfaisants pour les bas revenus, nuls pour les hauts revenus.

Résultats et comparaisons



idem en log-log (sans Edgeworth 1, qui sort trop de la piste).



La courbe de Pareto donne simplement une prolongation de la droite de fin de distribution du log-log. Champernowne I s'ajuste scandaleusement bien !

Annexe 2

Champernowne I

Seules sont ébauchées les démonstrations vraiment importantes ; pour le reste, on trouve ici les principales caractéristiques de Champernowne I :

pour le revenu médianisé : $$p(r > R) = \frac{1}{R^{\alpha} + 1}$$

dans le cas général : $$p(r > R) = \frac{1}{\beta R^{\alpha} + 1}$$

La proportion d'individus dont la richesse est comprise entre R et R+dR est alors :

$$dp = \frac{\alpha R^{\alpha - 1}}{(R^{\alpha} + 1)^2} dR$$

$$\sigma(R) = \frac{\alpha R^{\alpha - 1}}{(R^{\alpha} + 1)^2}$$

σ représente alors l'équation du strobiloïde.
Par définition, le revenu médian, noté R̲, vaut 1 (revenu médianisé).
Le calcul du revenu moyen, en fonction du revenu médian, est une jolie paire de manche. Rien de plus ignoble !

formellement, il vaut : $$\overline{R} = \int_0^{\infty} R\sigma(R)dR$$

pratiquement, c'est : $$\overline{R} = \frac{\pi}{\alpha \sin(\pi / \alpha)} ;$$

γ = 1/α est alors un indice (compris ente 0 et 1) d'intensité de l'inégalité.

Entre les deux se trouve la démonstration :

en intégrant par parties, on obtient : $\bar{R} = \int_0^{\infty} \frac{dR}{R^{\alpha}+1}$. Facile?

en posant t = $(R^{\alpha}+1)^{-1}$, nous avons : $\bar{R} = \frac{1}{\alpha}\int_0^1 t^{-\frac{1}{\alpha}}(1-t)^{\frac{1}{\alpha}-1}\,dt$.

C'est une fonction β de Euler : $\bar{R} = \frac{1}{\alpha}\frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha})\Gamma(1-\frac{1}{\alpha})}{\Gamma(1)}$

Et une identité de Weierstraß donne : $\bar{R} = \frac{\pi}{\alpha \sin(\pi/\alpha)}$

(Arfken 1970)

Ainsi, plus α s'approche de 1 (par valeurs supérieures) plus le revenu moyen diverge du revenu médian. A la limite, on obtient une pyramide rigide où des revenus extraordinairement élevés des uns rattrapent la pauvreté de la majorité.

Annexe 3

L'estimation polynomiale de degré 3

Si nous choisissons pour fonction ψ un polynôme de degré 3 (sans constante, puisque ψ passe par l'origine) nous avons (avec $Y = \gamma X^3 + \beta X^2 + \alpha X$) et les calculs donnent :

$$f = (3\gamma \ln(R)^2 + 2\beta \ln(R) + \alpha)\frac{p(1-p)}{R}$$

où p est *:*

$$p = \frac{1}{1 + \exp(-(\gamma \ln(R)^3 + \beta \ln(R)^2 + \alpha \ln(R)))}$$

Bien sûr, si β et γ sont nuls, on retrouve l'expression de Champernowne I. Par ailleurs, nous pouvons tenter d'interpréter les trois coefficients comme qualifiant les inégalités aux différents niveaux de la courbe de répartition du revenu.

α est évidemment de coefficient d'inégalité en X = 0 ; il indique globalement le degré d'inégalité d'une société.

Plus β est élevé, plus la courbe se rapproche du modèle (2,5) : existence d'un plafond situé relativement bas, et d'un plancher lui aussi relativement bas ; si β est négatif, c'est le contraire : (modèle 3,4).

Quant à γ, s'il est positif, la courbe est du type (2,4) où le plafond est vite atteint, et le plancher est situé relativement haut ; s'il est négatif, la courbe est de type (3,5), où le plafond est très haut, le plancher très bas.

Le problème de l'approximation par un polynôme de degré trois est que les effets de β et de γ se combinent, et l'on ne peut guère, une fois obtenus les coefficients, distinguer et comparer les types de courbes auxquels on parvient ; seul le strobiloïde parle, et non les coefficients...

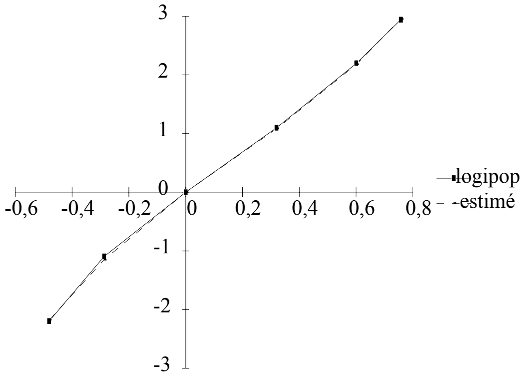
Nous réalisons les estimations des paramètres en utilisant les données produites par Atkinson et *Alii*, permettant l'obtention de cinq points dans le graphique log-logit. Pour présenter la méthode, nous présentons l'exemple de l'obtention des coefficients pour les Pays-Bas.

l'exemple hollandais 1987 :

Atkinson et *Alii* présentent les données relatives au revenu disponibles par décile de la population, revenu exprimé en revenu disponible par unité de consommation par ménage, le tout rapporté au revenu médian de cette distribution ; nous avons le tableau suivant, et le graphique qu'il induit :

p	R
0,1	61,8
0,25	75
0,5	100
0,75	137,7
0,9	182,5
0,95	213,4

Graphique 17. Les revenus disponibles NL87, et fonction ψ en log-logit

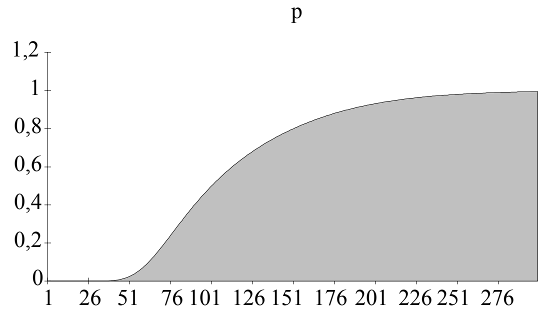


Le graphique log-logit est du type (2,4) : plancher et plafond contraignants, l'effet (4) semblant prépondérant devant (2). Une simple régression multiple sur (X, X^2, X^3) permet d'obtenir les trois coefficients, respectivement égaux à (écarts-types entre parenthèses) :

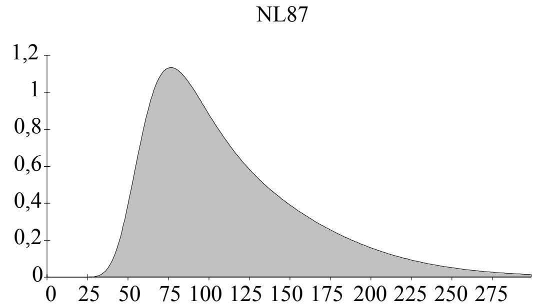
α = 3,5234 (0,0867) ;
β = -1,0756 (0,1022) ;
γ = 2,0734 (0,2770).

Nous pouvons alors simuler la fonction de répartition et le profil du strobiloïde (fonction de densité) :

Graphique 18. Fonction de répartition simulée de NL87



Graphique 19. strobiloïde simulé de NL87

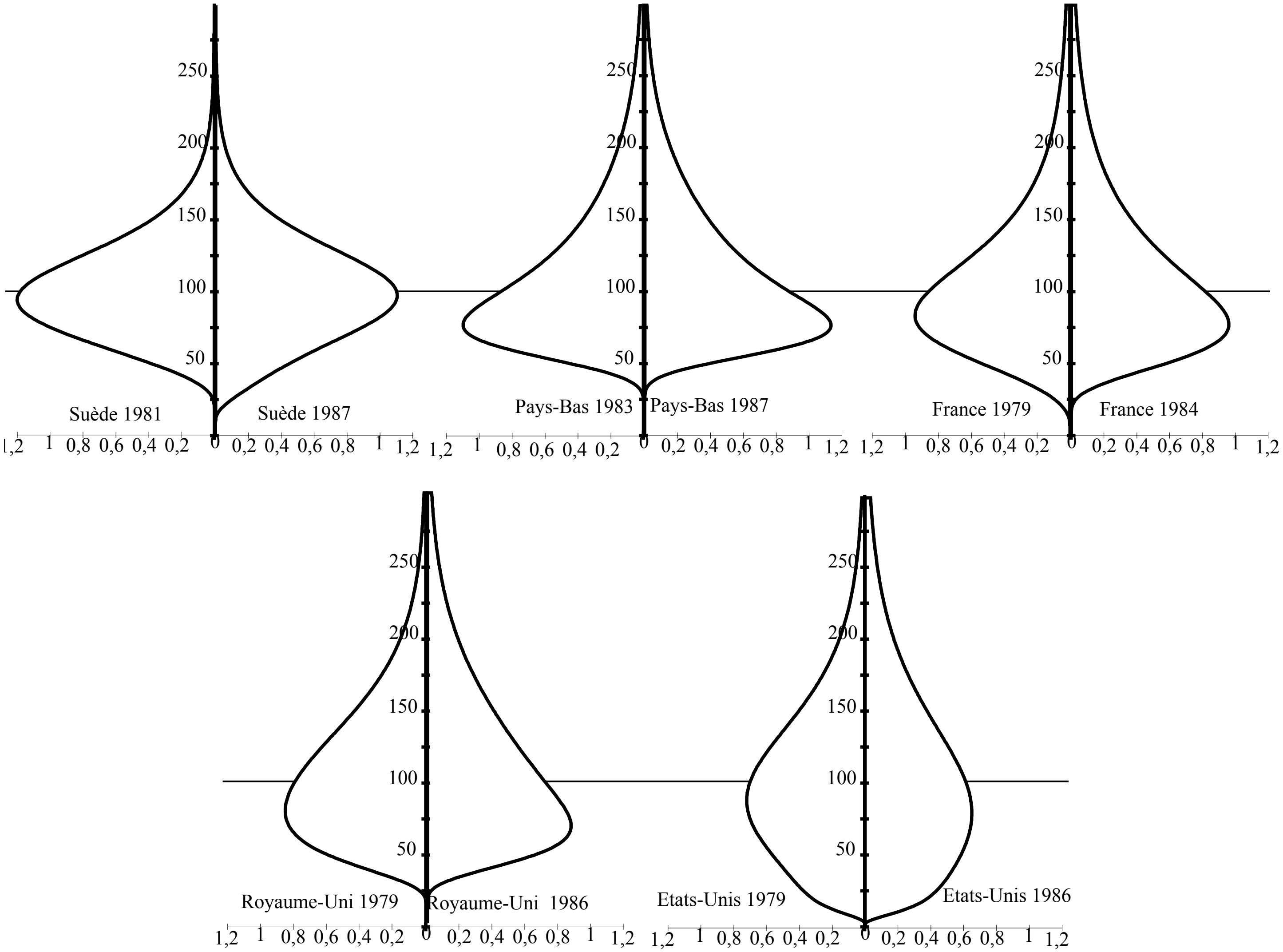


Nous obtenons un profil fort différent de ce que nous avions pour la France selon Champernowne I. Grâce aux données publiées par Atkinson et *Alii* (1994b), nous avons :

NOM	α	ß	γ
US86	2.5	0.6	0.2
IRL87	2.6	-0.1	0.6
UK86	2.8	0.0	1.0
ITA86	2.8	0.1	0.7
US79	2.8	0.9	0.3
ESP80	2.9	0.2	0.2
PO90	3.0	0.1	0.2
PO80	3.0	0.1	0.1
UK79	3.2	0.5	0.9
FR84	3.3	-0.3	0.7
FR79	3.4	0.0	0.1
NL83	3.5	-1.0	1.5

NOM	α	ß	γ
NL87	3.5	-1.1	2.1
SUI82	3.8	0.0	-0.6
D84	3.8	0.2	0.5
LUX85	3.8	-0.4	0.1
BE85	4.0	0.4	1.2
BE88	4.1	0.4	0.7
NO86	4.2	0.8	0.0
FI90	4.4	1.0	0.2
NO79	4.4	0.9	0.0
SW87	4.4	1.7	0.9
FI87	4.5	1.1	0.9
SW81	4.7	1.1	1.5

La difficulté de trouver une interprétation directe à ces coefficients nous fait préférer un autre type d'estimation, qui permet néanmoins d'obtenir un portrait de famille intéressant des strobiloïdes nationaux : (page suivante)


Suède 1981
Suède 1987
Pays-Bas 1983
Pays-Bas 1987
France 1979
France 1984
Royaume-Uni 1979
Royaume-Uni 1986
Etats-Unis 1979
Etats-Unis 1986
250
200
150
100
50
1,2 1 0,8 0,6 0,4 0,2 0 0,2 0,4 0,6 0,8 1 1,2

Annexe 4

Les données du LIS (Atkinson et *Alii* 1994b)

Ces données présentent par pays, le revenu-frontière supérieur de chaque centile de la population (10, 25, 75, 90, 95) classée par revenu par UC (échelle : racine carrée du nombre d'individus de son ménage), revenu en pour-cent du revenu médian de la population.

nom	p10	p25	p75	p90	p95
FI87	58,9	76,5	125,5	152,7	173,6
FI90	57,0	76,4	126,2	156,2	178,5
BE85	59,3	74,7	128,7	162,5	187,2
BE88	58,5	74,5	128,8	163,2	190,8
NL83	60,4	76,0	141,7	186,5	224,3
NL87	61,8	75,0	137,7	182,5	213,4
NO79	57,0	76,7	126,6	158,1	181,9
NO86	55,3	76,0	128,7	162,2	187,3
SW81	61,5	79,2	124,4	150,9	167,0
SW87	55,6	75,6	125,1	151,5	170,4
PO80	47,4	69,2	143,5	203,2	252,7
PO90	48,6	69,0	143,2	202,4	248,5
FR79	53,6	72,5	138,4	186,5	232,3
FR84	55,4	72,1	139,7	192,8	233,5
UK79	50,9	70,4	138,5	179,7	208,9
UK86	51,1	67,6	144,6	194,1	232,1
US79	38,1	64,5	141,8	187,6	221,9
US86	34,7	61,7	149,6	206,1	247,3
D84	56,9	75,0	132,7	170,8	201,7
IRL87	48,2	64,8	151,5	214,4	268,6
ITA86	48,9	68,8	145,0	197,9	233,8
LUX85	58,5	75,1	132,7	184,0	228,1
ESP80	46,3	68,1	143,4	203,0	248,1
SUI82	53,9	73,6	134,3	185,1	244,6

Bibliographie sommaire

The American Economic Association, 1950, *Readings in the Theory of Income Distribution*, London, George Allen and Unwin Ltd.

Arfken G, 1970, *Mathematical Methods for Physicists*, New York, Academic Press.

Atkinson et *Alii*., 1994a, Troisième rapport du Groupe international de politique économique de l'OFCE (GIPE), *Pour l'emploi et la cohésion sociale en Europe*, Paris, Presses de la FNSP.

Atkinson et *Alii*., 1994b, *Income Distribution in European Countries*, document de travail du Luxemburg Income Survey.

Canceill G., 1989, *Les revenus fiscaux des ménages en 1984*, les collections de l'INSEE, série Ménages, n°139.

Cerc, 1994, *Le traitement de la pauvreté en Europe*, Miméo.

Champernowne DG., 1952, "The Graduation of Income Distribution", *Econometrica*, Vol. 20, n° 4.

Chauvel L., 1994a, "Répartition des revenus, catégories socioprofessionnelles et stratification sociale", in Dirn L. "Tendances de la société française", *Revue de l'OFCE* n°50, juillet.

Chauvel L., 1994b, "La désertification en France", *Revue de l'OFCE* n°51, octobre.

Forsé M., 1989, *L'ordre improbable*, Paris, PUF.

Girard JP et Lhéritier JL, 1992, *Les salaires en 1990, Tome 1, Le secteur privé*, Insee, coll. Premiers résultats, série Emplois-revenus.

Mendras H., 1994, *La seconde révolution française*, Gallimard, coll. Folio, 2° édition.

Pareto V., 1895, «La legge della domanda», *Giornale Degli Economisti*, janvier.

Pareto V., 1896, «La courbe des revenus», *Le Monde Economique*, 25 juillet.

Pareto V., 1896-1897, *Cours d'économie politique*, Lausanne, rééd. 1964, Genève, Droz.

Pareto V., 1965, *Ecrits sur la courbe de la répartition de la richesse*, Genève, Droz.

Rashevski N., 1950, "A Remark on the Distribution of Conservative Quantities", *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 12.